

## 提要 313：如何以複數表示一個環狀區域？

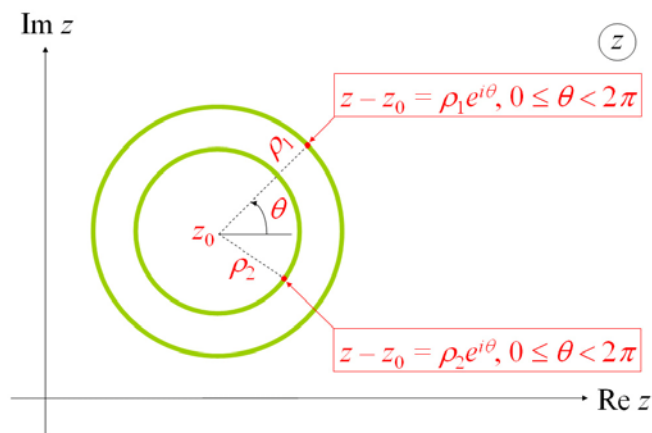
### 環狀區域的複數表示法

試說明圓心在  $z_0$  的環狀區域的複數表示法為：

1.  $\rho_1 e^{i\theta} \leq z - z_0 \leq \rho_2 e^{i\theta}$ 、 $0 \leq \theta < 2\pi$ 。
2.  $\rho_1 \leq |z - z_0| \leq \rho_2$ 。

【說明】

### ■ 同心圓曲線表示法



圖一 圓心在  $z_0$  半徑分別為  $\rho_1$  與  $\rho_2$  的兩個同心圓

如圖一所示，圓心在任意位置  $z_0$ 、半徑為  $\rho_1$  與  $\rho_2$  的兩個同心圓之複數表示法為：

$$z - z_0 = \rho_1 e^{i\theta} \quad , \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (1)$$

$$z - z_0 = \rho_2 e^{i\theta} \quad , \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (2)$$

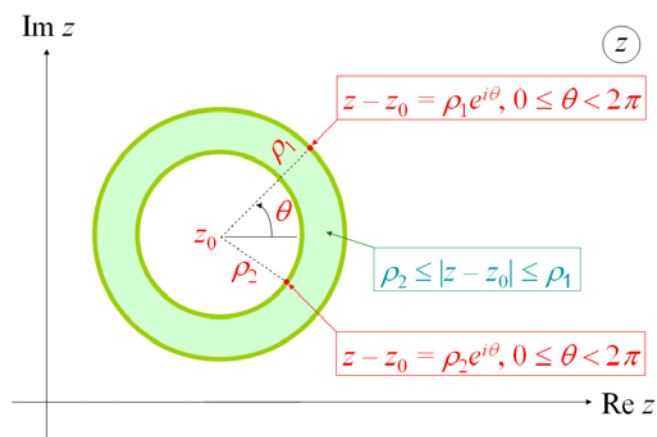
上式取絕對值，則式(1)與式(2)所示之同心圓亦可表為：

$$|z - z_0| = \rho_1 \quad (3)$$

$$|z - z_0| = \rho_2 \quad (4)$$

## ■ 環狀曲域表示法

可以同心圓曲線之表示法為基礎，建立如圖二所示的環狀區域：



圖二 圓心在  $z_0$  的環狀區域

再以式(1)至式(4)為基礎，將環狀區域表為式(5)或式(6)之形式：

$$\rho_2 e^{i\theta} \leq z - z_0 \leq \rho_1 e^{i\theta}, 0 \leq \theta < 2\pi \quad (5)$$

$$\rho_1 \leq |z - z_0| \leq \rho_2 \quad (6)$$