

提要 312：如何以複數表示一個圓形區域？

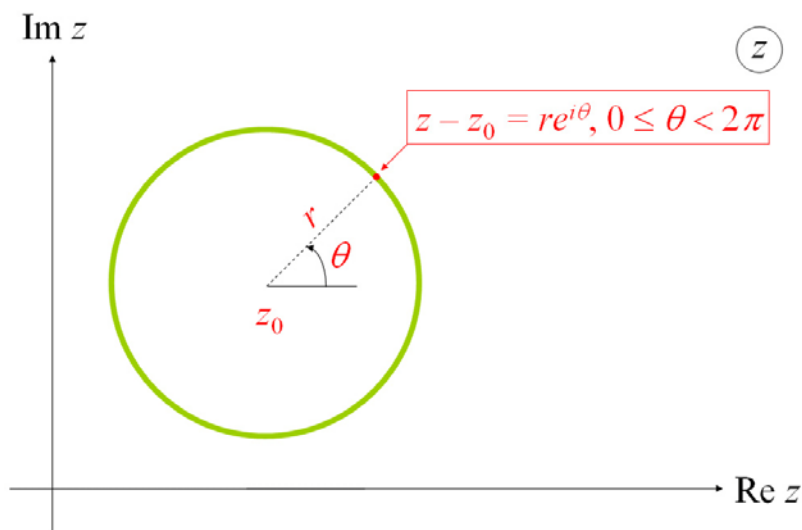
圓形曲域的複數表示法

試說明圓心在 z_0 、半徑為 r 的圓形區域的複數表示法為：

1. $z - z_0 \leq re^{i\theta}$ 、 $0 \leq \theta < 2\pi$ 。
2. $|z - z_0| \leq r$ 。

【說明】

■ 圓形曲線表示法



圖一 圓心在 z_0 半徑為 r 的圓

如圖一所示，圓心在任意位置 z_0 、半徑為 r 的圓曲線之複數表示法為：

$$z - z_0 = re^{i\theta} \quad , \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (1)$$

上式取絕對值，則式(1')亦表一圓心在任意位置 z_0 、半徑為 r 的圓：

$$|z - z_0| = |re^{i\theta}| = r|e^{i\theta}| = r|\cos\theta + i\sin\theta| = r\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = r \quad (1')$$

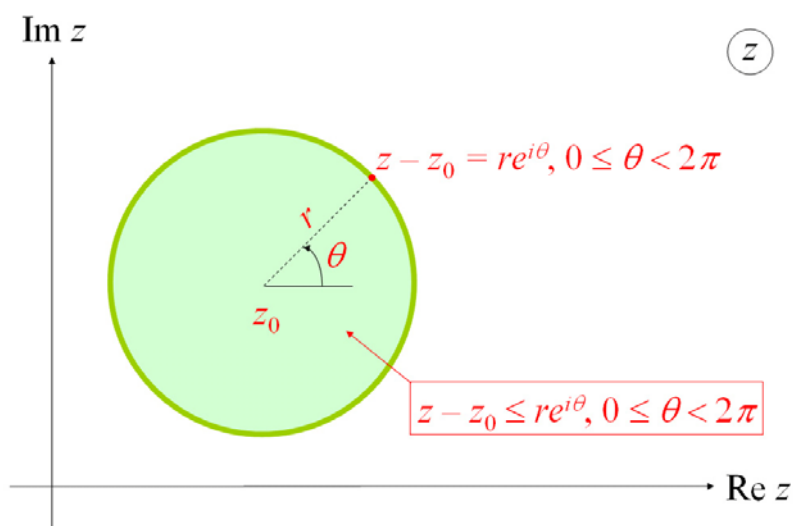
■ 圓形曲域表示法

可以圓曲線之表示法為基礎，以式(2)或式(2')表示圓形的區域：

$$z - z_0 \leq r e^{i\theta}, \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad (2)$$

$$|z - z_0| \leq r \quad (2')$$

式(2)或式(2')可以如以下所示之圖二加以表示：



圖二 圓心在 z_0 半徑為 r 的圓形區域