

提要 300：誤差函數及補誤差函數

誤差函數(Error Function) $erf(x)$ 及補誤差函數(Complementary Error Function) $erfc(x)$ 是兩種特殊但常見之函數，許多與時間變化相關之問題的答案均與這兩個函數有關，讀者應瞭解其定義，但不用去背它，說明如下。

誤差函數(Error Function)與補誤差函數(Complementary Error Function)

- 誤差函數 $erf(x)$ 是定義為：
$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-w^2} dw$$
- 補誤差函數 $erfc(x)$ 是定義為：
$$erfc(x) = 1 - erf(x)$$

【附註】 誤差函數 $erf(x)$ 及補誤差函數 $erfc(x)$ 尚有許多相關的性質，整理如下：

- $$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{1! \cdot 3} + \frac{x^5}{2! \cdot 5} - \frac{x^7}{3! \cdot 7} + \dots \right)$$
- $erf(0) = 0$ 、 $erf(\infty) = 1$ 、 $erfc(0) = 1$ 、 $erfc(\infty) = 0$
- 誤差函數 $erf(x)$ 之參數表

x	$erf(x)$
0.0	0.0000
0.2	0.2227
0.4	0.4284
0.6	0.6039
0.8	0.7421
1.0	0.8427
1.2	0.9103
1.4	0.9523
1.6	0.9763
1.8	0.9891
2.0	0.9953
2.2	0.9981
2.4	0.9993
2.6	0.9998
2.8	0.9999
3.0	1.0000
3.2	1.0000
3.4	1.0000
3.6	1.0000
3.8	1.0000
4.0	1.0000

- $\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$