

提要 285：分離變數法的精神

分離變數法(Separation of Variables)亦常被譯為變數分離法，其精神如以下所示。

分離變數法的精神

- 一度空間下與時間有關之函數 $u(x,t)$ 可表為 $u(x,t) = F(x)G(t)$ ；
- 二度空間下與時間有關之函數 $u(x, y, t)$ 可表為 $u(x, y, t) = P(x)Q(y)G(t)$ ；
- 三度空間下與時間有關之函數 $u(x, y, z, t)$ 可表為 $u(x, y, z, t) = P(x)Q(y)R(z)G(t)$ 。

說明：

空間變數與時間變數竟可各自分離再作相乘的運算，這是一件希奇的事！為什麼我會這麼說呢？讀者不覺得以上這些函數 u ，都是在時空條件底下逐步產生變化的，例如之前所推導出之一維波傳方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ ，其中的函數 u 是指弦索上之質點位移量，影響這質點位移量的變數，有時間的變數也有空間的變數，我若想測量其上之質點位移，我就只能量到現在這個時刻的位移而已，因我會受到時間的限制。但分離變數法告訴我們，我們可以不用去管時間變數的限制，只需單獨察看空間變數的影響。若這弦索已振動了 100 年，在解題的過程中，我們可以不必理會第 1 年、第 50 年、第 80 年時弦索如何振動，而只需想辦法瞭解弦索振動之特性為何即可。因此之故，我更喜歡將分離變數法稱之為 **時空分離法**。