

## 提要 269：半幅展開(Half-Range Expansion)之意義與觀念

Fourier 級數的一個重要應用方向即是訊號處理，也就是能擷取各種現象所發生之任何訊息並作適當之處理後，呈現在示波器等相關顯示器上。茲以如圖 1 所示之樑受外力後擬推求其撓度(Deflection)之問題為例，說明如何將作用在樑上之外力，以半幅展開的觀念加以表示。

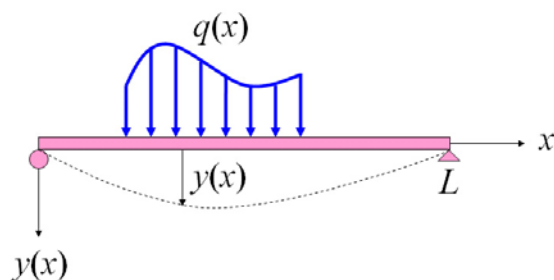


圖 1 簡支承樑受外力  $q(x)$  之示意圖

以上推求樑之撓度問題的控制方程式可以根據牛頓第二運動定律推導出，並表為：

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x)$$

其中  $E$  表樑之楊氏係數(Young's Modulus)； $I$  是樑之慣性矩(Moment of Inertia)； $q(x)$  係作用於樑上之外力。

在以半幅展開觀念解析此一問題時，作用於樑上之外力訊息，可以視為偶函數，如圖 2 所示；亦可視為奇函數，如圖 3 所示。圖 2 或圖 3 之函數圖形的顯示範圍為  $(-\infty, \infty)$ ，但吾人真正有興趣的定義域則是  $[0, L]$ ，此一過程即稱之為將樑上之作用外力以半幅展開方式加以表示。

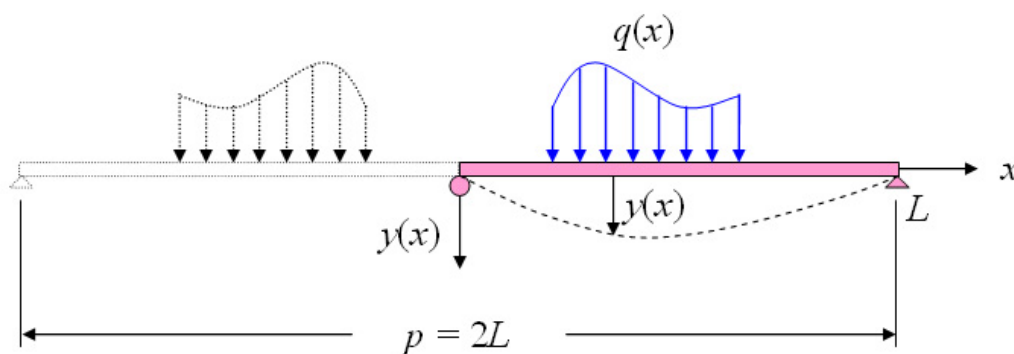


圖 2 將作用於樑上之外力訊息  $q(x)$  視為偶函數作展開

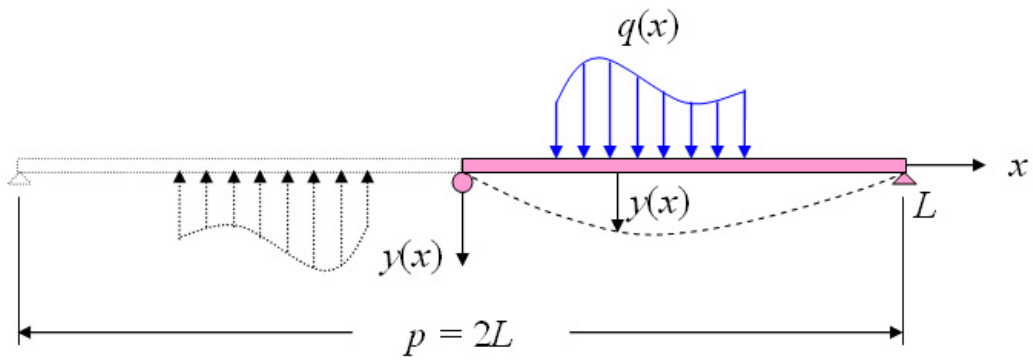


圖 3 將作用於樑上之外力訊息  $q(x)$  視為奇函數作展開

圖 2 與圖 3 中，吾人真正有興趣的解析範圍是定義域  $[0, L]$ 。但以此方式表達作用於樑上之外力時，可引用 Fourier 級數之概念表示作用之外力訊息  $q(x)$ 。