提要 267：奇函數與偶函數之定義

在前面單元之介紹中，已略微提及奇函數(Odd Function)與偶函數(Even Function)之定義了，對這兩種函數之清楚了解，有助於計算與 Fourier 級數之係數相關之積分運算，以下分別說明奇函數與偶函數之定義。

奇函數與偶函數之定義

- 若函數 $f(x)$ 是奇函數，則其具有如圖 1 所示之反對稱特性，且 $f(x) = -f(-x)$。

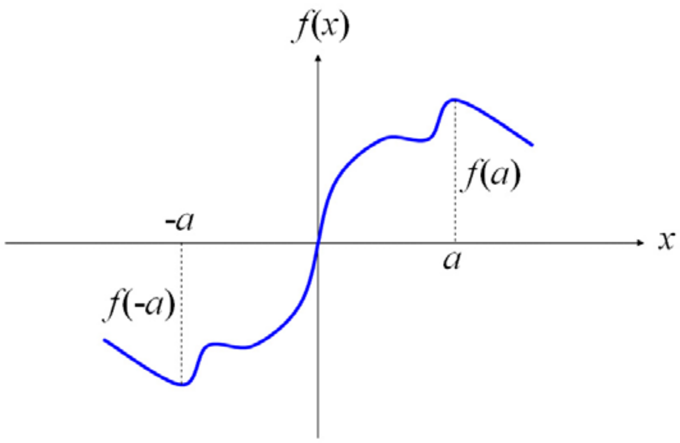

圖 1　奇函數 $f(x)$ 之示意圖，其中 $f(a) = -f(-a)$

- 若函數 $f(x)$ 是偶函數，則其具有如圖 2 所示之對稱特性，且 $f(x) = f(-x)$。

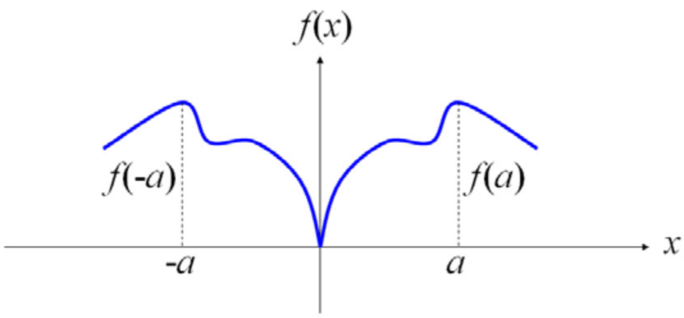

圖 2　偶函數 $f(x)$ 之示意圖，其中 $f(a) = f(-a)$

另外，奇函數與偶函數相乘後尚有一些重要之性質，說明如下。

奇函數與偶函數相乘後之相關特性
■ 兩個奇函數相乘後會變成偶函數。 ■ 兩個偶函數相乘後仍舊是偶函數。 ■ 一個奇函數與一個偶函數相乘後會變成奇函數。 ■ 奇函數作對稱區域之積分時其積分值為零，即 $\int_{-a}^{a}(\text{奇函數})dx=0$。 ■ 偶函數作對稱區域之積分時其積分範圍可縮減一半，再乘以 2，亦即 $$\int_{-a}^{a}(\text{偶函數})dx=2\int_{0}^{a}(\text{偶函數})dx$$。

附註：以上所列出的五種奇函數與偶函數之相關特性，讀者應該很容易就能明白，故其證明就略而不提。