提要 230：純量函數之 Laplacian 的定義

前一單元已略微述及此一單元所欲表達之重點，本單元重述之目的在於加強這個重要觀念，因為許多的場量(力場、磁場、電場、流場等等)都與此一運算有關。

純量函數之 Laplacian 的定義

純量函數 $f(x, y, z)$之 Laplacian 係定義為：

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = \nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \tag{1}$$

其中 $\nabla = \dfrac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$ ；$\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

【附註】大自然當中，許多純量函數 f 的 Laplacian 都滿足 $\nabla^2 f = 0$ ，重力場即是其中之一。