提要 229：向量函數之散度(Divergence)

若將向量函數 $\mathbf{v}$ 視為流速場，則其散度(Divergence)的計算與流量有關，在下一個單元中將會詳細加以說明，本單元僅就其定義加以描述，希望讀者能熟悉這些新的名詞及其符號。

向量函數之散度(Divergence)

向量函數 $\mathbf{v}$ 之散度(Divergence)是定義為：

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = \nabla\cdot\mathbf{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right)\cdot\left(v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}\right) = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} \qquad (1)$$

其中 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$ 。

【附註】

若引用梯度(Gradient)的概念，將向量函數 $\mathbf{v}$ 視為純量函數 f 的梯度，即 $\mathbf{v} = \operatorname{grad} f = \nabla f$ ，則式(1)可再改寫為：

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = \nabla\cdot\nabla f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

其中 ∇^2 稱為 **Laplacian**，而 $\nabla^2 f$ 要讀成函數 f 的 Laplacian。