提要 215：向量函數之基本微分運算

向量函數的基本微分運算與純量函數的基本微分運算很類似，說明如下。

向量函數之基本微分運算

向量函數的基本微分運算有許多，說明如下：

1. $\boxed{\text{連續性(Continuity)}}$：若 $\mathbf{v}(t)$ 在 $t=t_0$ 連續，則 $\lim_{t\to t_0}\mathbf{v}(t)=\mathbf{v}(t_0)$。

2. $\boxed{\text{微分(Derivative)}}$：如圖 1 所示，若 $\mathbf{v}(t)$ 在點 t 可微分，則 $\mathbf{v}'(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\dfrac{\mathbf{v}(t+\Delta t)-\mathbf{v}(t)}{\Delta t}$。

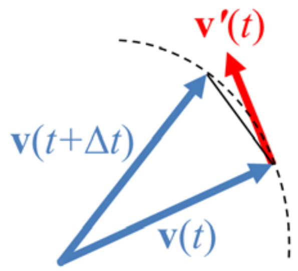

圖 1　向量函數之微分

3. $\mathbf{v}'(t)=[v_1'(t), v_2'(t), v_3'(t)]$

4. $[c\mathbf{v}(t)]'=c\mathbf{v}'(t)$

5. $(\mathbf{u}+\mathbf{v})'=\mathbf{u}'+\mathbf{v}'$

6. $(\mathbf{u}\times\mathbf{v})'=\mathbf{u}'\times\mathbf{v}+\mathbf{u}\times\mathbf{v}'$

7. $(\mathbf{u}\quad\mathbf{v}\quad\mathbf{w})'=(\mathbf{u}'\quad\mathbf{v}\quad\mathbf{w})+(\mathbf{u}\quad\mathbf{v}'\quad\mathbf{w})+(\mathbf{u}\quad\mathbf{v}\quad\mathbf{w}')$

8. 若 $\mathbf{v}(t_1,t_2,t_3)=[v_1(t_1,t_2,t_3), v_2(t_1,t_2,t_3), v_3(t_1,t_2,t_3)]$，則 $\dfrac{\partial\mathbf{v}}{\partial t_1}=\left[\dfrac{\partial v_1}{\partial t_1},\dfrac{\partial v_2}{\partial t_1},\dfrac{\partial v_3}{\partial t_1}\right]$。