

提要 208：利用向量之內積求作功量(Work)

施力 \mathbf{p} 之作功量(Work)

如圖 1 所示，作用力 \mathbf{p} 作用於物體上，物體所產生之位移量為 \mathbf{d} ，則其作功量 W 之大小為 $W = \mathbf{p} \cdot \mathbf{d} = |\mathbf{p}||\mathbf{d}| \cos \alpha$ 。

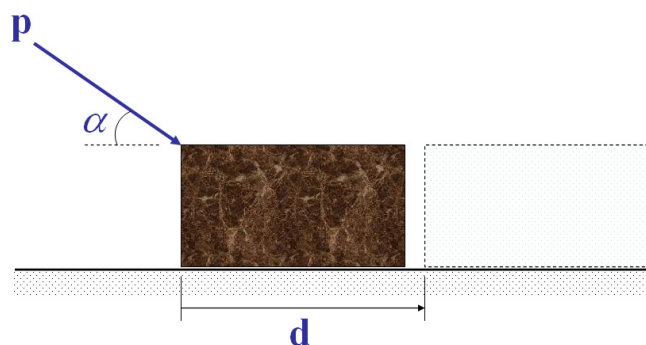


圖 1 作用力 \mathbf{p} 作用在物體上移動 \mathbf{d} 之位移所產生之作功量 $W = \mathbf{p} \cdot \mathbf{d}$

證明：

根據作功量(Work)之定義知：

$$\text{作功量 } W = (\text{在位移方向之分力大小}) * (\text{位移量})$$

由圖 1 知，在位移方向之分力大小為 $|\mathbf{p}| \cos \alpha$ ，其位移量為 $|\mathbf{d}|$ ，故所產生的作功量 W 為：

$$W = (|\mathbf{p}| \cos \alpha)(|\mathbf{d}|)$$

由兩向量之內積的定義知，上式亦可改寫為：

$$W = \mathbf{p} \cdot \mathbf{d}$$

故得證。

範例一

已知圖 1 中之作用力 $\mathbf{p} = [3N, 5N, -1N]$ 、物體移動之位移 $\mathbf{d} = [2m, 7m, -8m]$ ，試求作用力所作之功。

解答：

由定義知，作用力 $\mathbf{p} = [3N, 5N, -1N]$ 之作功量 W 為：

$$W = \mathbf{p} \cdot \mathbf{d} = (3)(2) + (5)(7) + (-1)(-8) = 49Nm$$

註：1 牛頓·米 = 1 焦耳，「焦耳」一詞是譯自 Joule，可簡寫為 J。