

提要 206：正交向量(Orthogonal Vector)之定義

兩個向量互相垂直時，稱這兩個向量互為正交向量(Orthogonal Vector)。

正交向量(Orthogonal Vector)

若 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ ，且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ，則稱向量 \mathbf{a} 正交於 \mathbf{b} ，同理向量 \mathbf{b} 亦正交於 \mathbf{a} ，且向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 組成一組 **正交向量(Orthogonal Vector)**。

正交向量之基本性質還包括：

1. 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ，則可能是：❶ 向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 互相垂直；❷ 向量 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ ；❸ 向量 $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ 。
2. 由兩個向量之內積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \gamma$ 可計算出兩個向量之夾角 $\gamma = \cos^{-1} \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}$ ，對正交向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 而言， $\gamma = 90^\circ$ 。
3. 令 γ 表向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 之夾角：❶ 若 $\gamma < 90^\circ$ ，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} > 0$ ；❷ 若 $\gamma > 90^\circ$ ，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} < 0$ ；❸ 若 $\gamma = 90^\circ$ ，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ 。
4. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 是一種投影的概念。若向量 \mathbf{b} 是個單位向量(Unit Vector)，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 表示向量 \mathbf{a} 投影在向量 \mathbf{b} 身上的量；若向量 \mathbf{a} 是個單位向量，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 亦表示向量 \mathbf{b} 投影在向量 \mathbf{a} 身上的量。
5. 只要 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ，就可稱呼向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 組成一組正交向量，即使向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 都是零向量 $\mathbf{0}$ 也適用。
6. 零向量 $\mathbf{0}$ 正交於任意之向量 \mathbf{c} ，因為 $\mathbf{0} \cdot \mathbf{c} = 0$ 。