

提要 203：向量之基本運算規則

向量之基本運算規則很像純量之基本運算規則，說明如下。

向量之基本運算規則

向量之基本運算規則有許多種，整理如下：

1. **向量之相加 (Addition of Vectors)**：令向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ ，則 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3]$ 。
2. **純量與向量相乘 (Scalar Multiplication)**：令向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ ， c 為純量，則 $c\mathbf{a} = [ca_1, ca_2, ca_3]$ 。另外，相關之純量與向量相乘的運算還有 $c(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = c\mathbf{a} + c\mathbf{b}$ (此為**向量之分配律**)， $(c + k)\mathbf{a} = c\mathbf{a} + k\mathbf{a}$ (此亦為**向量之分配律**)， $c(k\mathbf{a}) = cka$ ， $1\mathbf{a} = \mathbf{a}$ ， $0\mathbf{a} = \mathbf{0}$ ， $(-1)\mathbf{a} = -\mathbf{a}$ 。
3. **向量之相加符合交換律 (Commutativity)**：令向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ ，則 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$ 。另外，相關之運算還有 $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{a} = \mathbf{a}$ ， $\mathbf{a} + (-\mathbf{a}) = \mathbf{0}$ 。
4. **向量之相加符合結合律 (Associativity)**：令向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ 、 $\mathbf{c} = [c_1, c_2, c_3]$ ，則 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$ 。
5. **以分量相加表示向量**：令向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{i} = [1, 0, 0]$ 、 $\mathbf{j} = [0, 1, 0]$ 、 $\mathbf{k} = [0, 0, 1]$ ，則 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3] = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ 。