

提要 168 : Laplace 積分轉換公式整理

摘要(一)：應背下來的 17 個 Laplace 積分轉換公式

$f(t)$	$F(s)$
1	$1/s$
t	$1/s^2$
t^2	$2/s^3$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/(s-a)$
$\cosh(at)$	$s/(s^2-a^2)$
$\sinh(at)$	$a/(s^2-a^2)$
$\cos(at)$	$s/(s^2+a^2)$
$\sin(at)$	$a/(s^2+a^2)$
$f'(t)$	$sL\{f(t)\}-f(0)$
$f''(t)$	$s^2L\{f(t)\}-sf(0)-f'(0)$
$f^{(n)}(t)$	$s^nL\{f(t)\}-s^{n-1}f(0)-\dots-sf^{(n-2)}(0)-f^{(n-1)}(0)$
$u(t-a)$	e^{-as}/s
$\delta(t-a)$	e^{-as}
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f(t-a)u(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

摘要(二)：不一定要背下來的 *Laplace* 積分轉換公式

$f(t)$	$F(s)$
$tf(t)$	$-\frac{dF(s)}{ds}$
$tf'(t)$	$-F(s) - s\frac{dF(s)}{ds}$
$tf''(t)$	$-2sF(s) - s^2\frac{dF(s)}{ds} + f(0)$
$f(t)/t$	$\int_s^\infty F(\tilde{s})d\tilde{s}$

摘要(三)：前面各單元所推導出之 *Laplace* 積分轉換公式

$f(t)$	$F(s)$
$\frac{\sin t}{t}$	$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} s$
$\frac{\sin(2t)}{t}$	$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{s}{2}$
$t \cos(3t)$	$\frac{s^2 - 9}{(s^2 + 9)^2}$
$t \sin(3t)$	$\frac{6s}{(s^2 + 9)^2}$
te^{3t}	$\frac{1}{(s-3)^2}$
$t^2 e^{3t}$	$\frac{2}{(s-3)^3}$
$\int_0^t e^\tau \cos(t-\tau) d\tau$	$\frac{s}{(s-1)(s^2+1)}$
$\int_0^t e^\tau \sin(t-\tau) d\tau$	$\frac{1}{(s-1)(s^2+1)}$
$u(t-2)\cos(t-2)$	$\frac{se^{-2s}}{s^2+1}$

$u(t-1)\sin(t-1)$	$\frac{e^{-s}}{s^2+1}$
$e^{2t}\sin(3t)$	$\frac{3}{(s-2)^2+9}$
$e^{-2t}t$	$\frac{1}{(s+2)^2}$
$t\cos(at)$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
$t\sin(at)$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$
$\sin^2 t$	$\frac{2}{s(s^2+4)}$
$\cos^2 t$	$\frac{2(s^2+2)}{s(s^2+4)}$
$\sinh^2 t$	$\frac{2}{s(s^2-4)}$
$\cosh^2 t$	$\frac{s^2-2}{s(s^2-4)}$