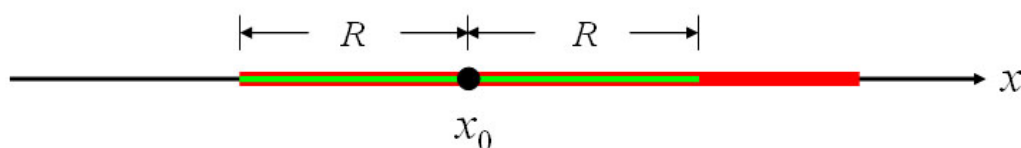


提要 106：認識級數解法之專有名詞

級數解法有許多專有名詞需要認識，除之前的提要 101~105 已經提及的數個，我們將加以複習外，另有一些其他相關的專有名詞，本單元亦將加以介紹。

- **冪級數(Power Series)**：即 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ ， $|x - x_0| < R$ 。
- 冪級數之**係數(Coefficient)**：即冪級數 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ 中之符號 a_m 。
- 冪級數之**中心點(Center)**：即冪級數 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ 中之符號 x_0 。
- 冪級數之**冪次(Power)**：即冪級數 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ 中之符號 $x - x_0$ 。
- 冪級數之**收斂半徑(Radius of Convergence)**：即冪級數中與收斂範圍有關之符號 R 。在下圖中， x_0 表級數展開時之中心點，紅色範圍表自變數 x 可以代入之點，但其收斂半徑 R 所含示之 x 所屬範圍並不一定是紅色範圍，而是綠色範圍。由此可知，收斂半徑內所包括的點不見得與實際可代的點相同。



- **Maclaurin 級數**：當冪級數 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ 之中心點 $x_0 = 0$ 時，冪級數就稱之為 **Maclaurin 級數**，如級數 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ 所示。
- **幾何級數(Geometric Series)**：即 $\frac{1}{1-x} = \sum_{m=0}^{\infty} x^m = 1 + x + x^2 + \dots$ ， $|x| < 1$ 。
- **解析函數(Analytic Function)**：若 $f(x)$ 可表為 $\sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m$ ，且 $R > 0$ ，則 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 為解析函數。

- **冪級數解 (Power Series Solution)** : 即考慮問題之解 $y(x)$ 的型式如下

$$y(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \cdots = \sum_{m=0}^{\infty} a_m(x - x_0)^m, \quad |x - x_0| < R.$$