

中興大學

土木工程學系

93~97 學年度

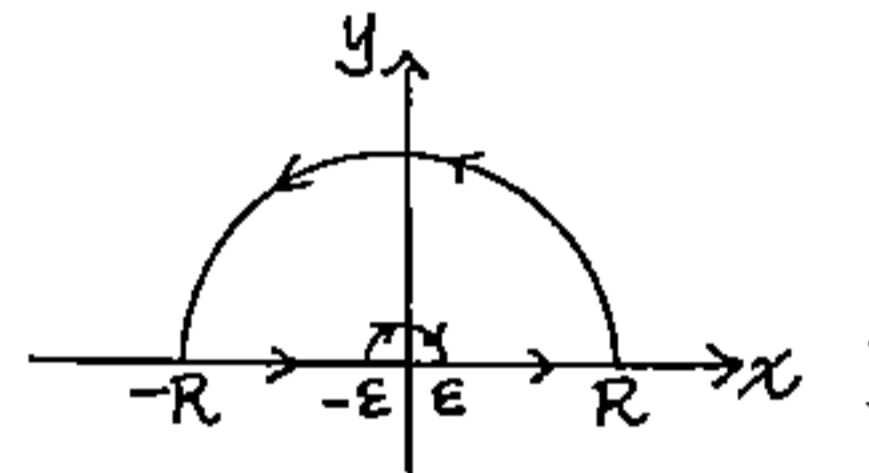
工程數學考古題

1. Please find (1) the general solution to  $y'' + 3y' + 2y = 2e^x$   
and (2) the solution to  $y' + 2y = 4x, y(0) = 2.$  (20%)

2. Please find (1) a unit vector in the direction of the maximum rate of change of  
 $\Phi = x^2 - 2yz + xy$  at the point  $(2, -1, -1)$ , and  
(2) the divergence and the curl of the vector function  
 $\bar{u} = x^2 \hat{i} + 2yz \hat{j} + y^2 \hat{k}$  (20%)

3. Please find the value of  $\int_0^{\infty} \left[ \frac{\log x}{(1+x^2)^2} \right] dx$  (15%)

[Hint: integrating around the contour



4. Use the Laplace Transformation to solve the integral equation  
 $Y(t) = at + \int_0^t Y(\tau) \sin(t - \tau) d\tau$  (15%)  
[Hint:  $L\{\sin kt\} = k/(s^2 + k^2)$ ]

5. Please find the principal stresses  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  and their orientations to a stress state  
 $\sigma_{xx} = 100, \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 70, \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = -20, \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = -20, \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 10.$  (15%)

6. For an isotropic, homogeneous elastic body in plane strain with no body forces,  
the stress components  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = x, y$ ) satisfy the following relation

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0$$

Try to show that (1) the stress components can be expressed in terms of one  
stress function  $\Phi$  and (2) this stress function is biharmonic. (15%)

國立中興大學94學年度研究生碩士班招生考試試題

科目：工程數學

所別：土木工程學系(碩)丙組

本科目試題共 1 頁

- 1.(20%)  $y$  為  $x$  函數， $y'$ 與 $y''$ 分別為  $y$  對  $x$  之一次與二次微分，試求下列微分方程式之一般解(general solution)。

$$y'' - y' + 6y = 4e^x \sin 2x$$

- 2.(20%) 有一個四角錐體，底部在  $xy$  平面之  $A(-4, 1)$   $B(1, -3)$   $C(5, 1)$   $D(2, 6)$  四個點，其頂點在空間座標為  $(1, 1, 5)$ ，試求該四角錐體之體積。

- 3.(20%) 試求下列函數富利葉級數(Fourier series)，設該函數之週期為  $2\pi$ 。

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 0 & \text{if } \pi/2 < x < 3\pi/2 \end{cases}$$

- 4.(20%) 有一積分式  $\int_0^6 (t^2 + t) dt$  在一維度座標  $t$  進行積分，試將其線性轉至另外一個一維度座標  $s$  再進行積分值之求解，假設積分範圍由原來座標  $t$  之  $(0 \sim 6)$  變更為座標  $s$   $(-1 \sim 1)$ 。

- 5.(20%) 試求下列方程式之所有解。

$$z^6 + 8z^3 - 9 = 0$$

國立中興大學95學年度研究生碩士班招生考試試題

科目：工程數學

所別：土木工程學系(碩)丙組

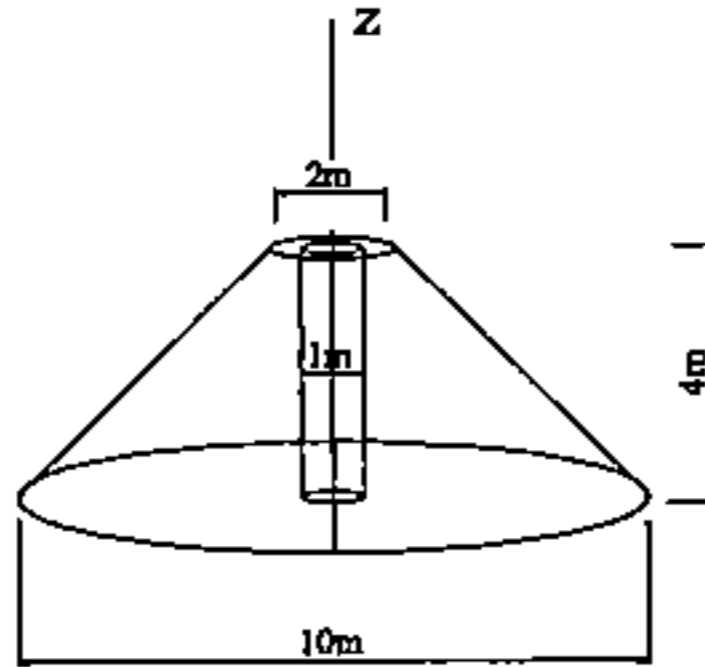
本科目〈不能使用〉計算機

本科目試題共1頁

1. (20%) 求下列積分值

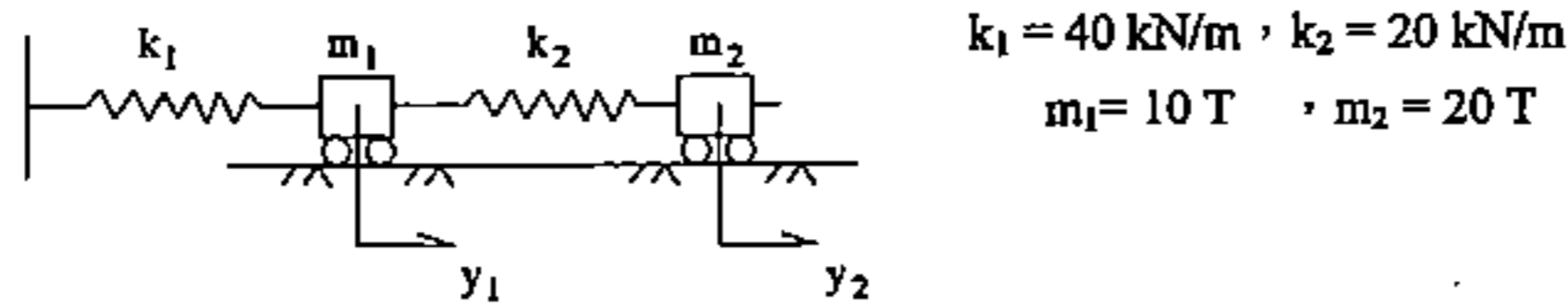
$$\int_0^T e^{-at} \cos(bt) dt$$

2. (20%) 有一中空錐體，密度為  $2.3 \text{ T/m}^3$ ，底部外徑為  $10\text{m}$ ，頂部外徑為  $2\text{m}$ ，高為  $4\text{m}$ ，中空內徑為  $1\text{m}$ ，試求對中心軸  $Z$  之質量慣性矩 (mass moment of inertia)。



3. (20%) 下列為一質量彈簧系統，於質量  $m_1$ 、 $m_2$  位移  $y_1$ 、 $y_2$  之改變下，產生質量  $m_1$ 、 $m_2$  之運動：(a).(8%) 試列出該系統之運動方程式； (b).(12%)

設  $\{y_1 \ y_2\} = \{x_1 \ x_2\} e^{\omega t}$ ，試求解該系統之運動方程式。



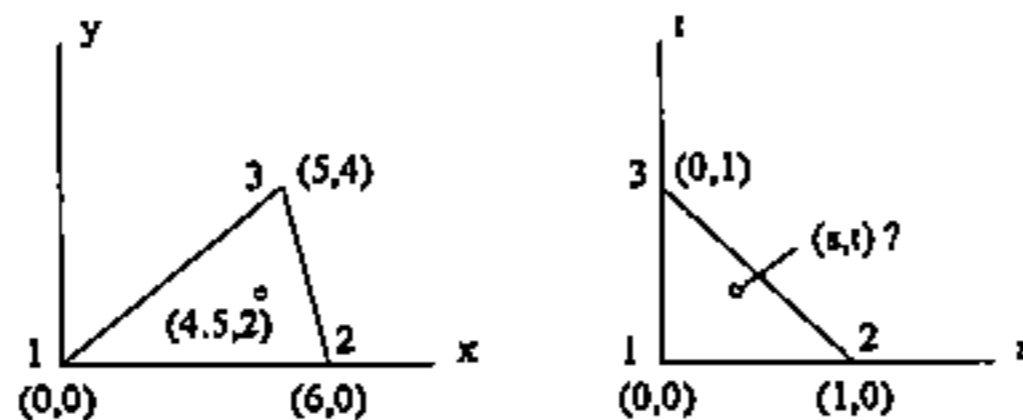
$$k_1 = 40 \text{ kN/m}, \quad k_2 = 20 \text{ kN/m}$$

$$m_1 = 10 \text{ T}, \quad m_2 = 20 \text{ T}$$

4. (20%) 利用複變函數殘留理論(residue theorem of complex variable) 求下列積分值(設  $z = e^{i\theta}$ )。

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{3 \cos \theta}{1 - 2p \cos \theta + p^2} d\theta \quad (0 < p < 1)$$

5. (20%) 在  $xy$  座標系統上有一三角形其頂點 1、2、3 座標分別為  $(0,0)$ 、 $(6,0)$ 、 $(5,4)$ ，對應  $st$  座標系統之另一三角形頂點 1、2、3 座標分別為  $(0,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(0,1)$ ，若在  $xy$  之三角形內部有一點  $(4.5, 2)$ ，其在  $st$  座標系統之  $s$ 、 $t$  值為何？



\* 註：若涉及複雜計算過程，僅需列出計算式或加註說明即可。

國立中興大學96學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學

所別：土木工程學系丙組

本科目試題共 / 頁

(10%) 1. Solve  $D^3 (D^2 - 4)(D^2 + 1)^2 y = 0$ , and  $D = \frac{d}{dt}$ .

(16%) 2. Find

(a) Laplace transform of  $f(t) = e^{-3t} \int_0^t \alpha \sin \alpha d\alpha$ .

(b) Inverse Laplace transform of

$$F(s) = \frac{1 + e^{-4s}}{s^2 - 2s - 3}$$

(18%) 3. Evaluate  $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^{27}$ .

(16%) 4. Consider vector differential calculus. Let  $g = xy^3 z^2$ ,  $h = x^2 + 9y^2 + 4z^2$ ,

and  $\vec{W} = 2y\vec{i} + 4z\vec{j} + x^2 z^2 \vec{k}$ , to determine

(a)  $\text{div}(\text{grad } h)$ , (b)  $\nabla g \cdot \nabla h$ , (c)  $\text{grad}(\text{div } \vec{W})$ , and (d)  $\text{curl}(g\vec{i})$ .

(20%) 5. (a) Find the Fourier series.

$$f(x) = \begin{cases} k & (-\pi/2 < x < \pi/2) \\ 0 & (\pi/2 < x < 3\pi/2) \end{cases}$$

(b) Evaluate  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

(20%) 6. Derive and solve the one-dimensional wave equation.

國立中興大學97學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學

所別：土木工程學系丙組

本科目試題共 1 頁

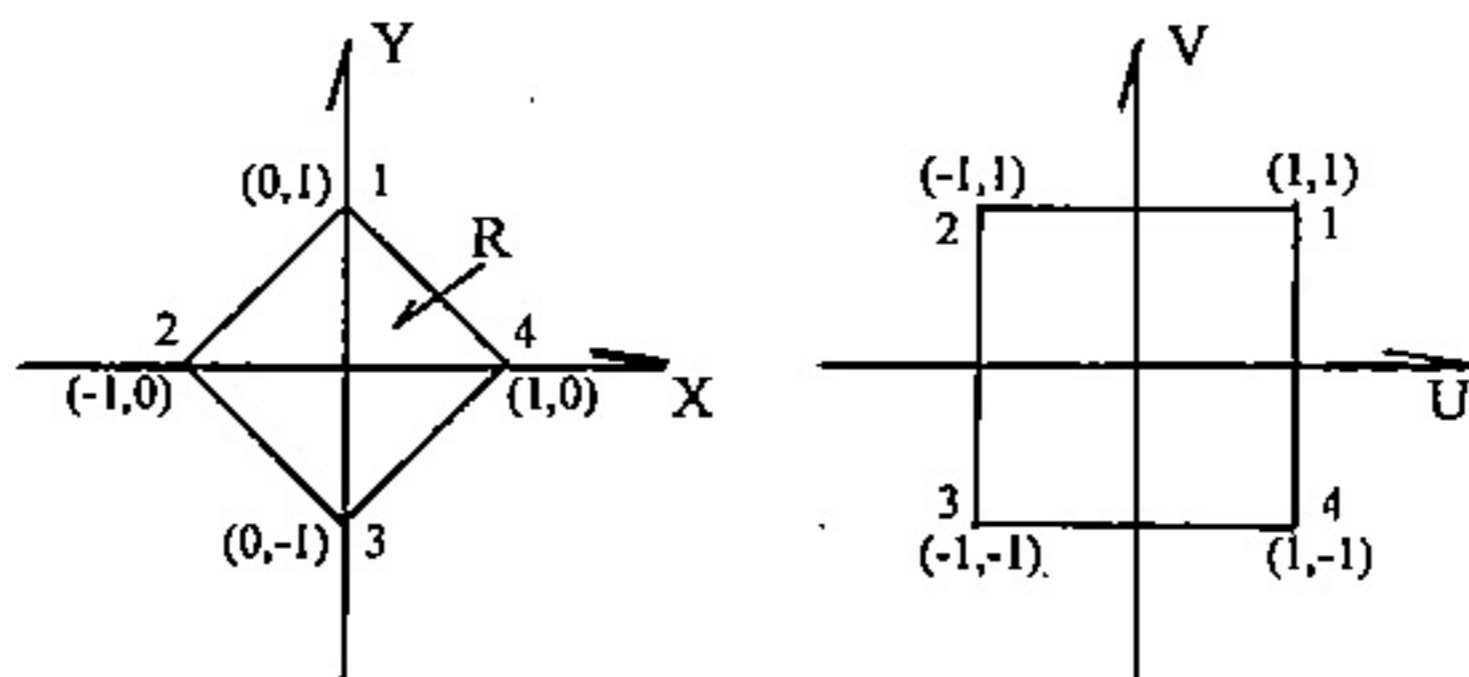
1.(25%)試求下列二階常微分方程式之解  $y(x)$ 。

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 5 \sin x$$

2.(25%)平面座標  $xy$  有一位置向量  $(3,5)$ ，試求相對  $xy$  座標逆時針旋轉 30 度之  $x'y'$  座標，則原座標  $xy$  位置向量  $(3,5)$  在  $x'y'$  座標系統之位置向量為何？

3.試利用座標區域轉換求下列積分值。

$$f = \iint_R (x^2 + y) dx dy \quad \text{積分區域 } R \text{ 如下左圖}$$



(1).(10%)說明  $XY$  與  $UV$  座標系統轉換關係為

$$X + Y = U$$

$$X - Y = V$$

(2).(15%)利用轉換至  $UV$  座標系統求前述積分值  $f$ 。

4. (1).(10%)函數  $f$  之梯度 (gradient)  $\nabla f$  之意義為何？有一平面函數  $y = x^2$ ，則

其上一點  $(x_i, y_i)$  之梯度為何？

(2).(15%)試求平面上一點  $(1,0)$  與前述函數  $y = x^2$  之最近距離為何？

中興大學

環境工程學系

93~97 學年度

工程數學考古題

## 中興大學環工所 93 年入學考試考題

1. 簡單線性迴歸是求

$$y = b_0 + b_1x$$

中之係數  $b_0, b_1$ 。試求係數  $b_0, b_1$  公式為何？(20%) 複迴歸則是求

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n$$

中之係數  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 。係數  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  公式又為何？(20%)

2. 一自來水廠加氯室的氯氣外洩。氯氣鋼瓶內濃度是 10,000 ppm。若致死濃度是 1,000 ppb。若廠房抽風機的換氣量是  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ 。廠房長度是 60 m，寬 7 m。高 4 m。若氯氣鋼瓶洩氣量是  $5 \text{ m}^3/\text{s}$ 。試問通風多久後，室內濃度才會低於致死濃度？請說明你解題的假設。(20%)

3. 試求

$$f(x) = x^2 \quad -3 \leq x \leq 3$$

之泰勒級數(Taylor Series)展開式。(10%)

- 4.
- $y' + \frac{1}{2}y = y^2$
- $y$
- 為何種函數？(15%)

5. 試求
- $-2x_1x_2 + 2x_3^2$
- 之二次式(quadratic form)之標準型(standard

form)。(15%)