

提要 87：高雄應用科技大學碩士班入學考試「工程數學」相關

試題

高雄應用科技大學

土木工程與防災科技研究所碩士班

94~97 學年度
工程數學考古題

國立高雄應用科技大學
九十四學年度研究所碩士班招生考試
土木工程與防災科技研究所碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼 (考生必須填寫)

工程數學

試題 共 2 頁第 1 頁

注意：a. 本試題共 7 題、每題所佔分數標示在問題後面，共 100 分。

b. 作答時不必抄題。

1. The path of a particle is a curve : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 - (1) Find the position vector of the curve.
 - (2) Find the tangent vector of the particle at Point $(1, -1)$.
 - (3) Find the speed of the particle at Point $(1, 1)$.
 - (4) Find the unit normal vector if $a = 4$ and $b = 4$.

(20 分)

2. An integral $\int_C (y + yz)dx + (x + 3z^3 + xz)dy + (9yz^2 + xy - 1)dz$ is along any path C between $(1, 1, 1)$ and $(2, 1, 4)$.
 - (1) Is the integration path dependent or independent?
 - (2) Evaluate this integral.

(10 分)

3. Compute A^n if the matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, where $n = \text{integer and } n \geq 2$.

(10 分)

(下頁有題)

4. The ordinary differential equation is $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = f(t)$.
- (1) Find the solutions if $f(t) = 0$ and the initial values $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.
 - (2) Find the solutions if $f(t) = e^{2t}$.
 - (3) Find the solutions if $f(t) = \delta(t-3)$ and the initial values $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$, where $\delta(t)$ = unit impulse function.
- (15 分)

5. Evaluate $\int_0^{\infty} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x} dx$.

(15 分)

6. Find all solutions of the equation : $e^z + 1 = 0$, where $z =$ complex number.
- (15 分)

7. Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\cos\theta + 2} d\theta$

(15 分)

國立高雄應用科技大學
九十七學年度碩士班招生考試
土木工程與防災科技研究所(甲組、乙組)

准考證號碼 (考生必須填寫)

工程數學

試題有 7 題，共 1 頁

1. If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ is a position vector and ∇ is the differential operator, please find the value of (1) $\nabla \cdot \vec{r}$ and (2) $\nabla \times \vec{r}$.
(10%)
2. Evaluate $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ where $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and S is the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
(20%)
3. Find the principal directions of the elastic deformation $\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{x}$ with given matrix \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3.0 & 1.5 \\ 1.5 & 3.0 \end{bmatrix}$$

(10%)
4. Solve the ordinary differential equation $y''+4y'+4y = 3xe^{-2x}$.
(15%)
5. Solve $y''+y = 4\delta(t-2\pi)$ subject to $y(0)=1$, $y'(0)=0$, where $\delta(t)$ = unit impulse function.
(15%)
6. The usual form of Fourier series is

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi}{L} x + b_n \sin \frac{n\pi}{L} x \right)$$
Please write down (1) the amplitude and phase angle form and (2) the complex form of the Fourier series.
(15%)
7. Evaluate the counterclockwise integration $\int_C \frac{\cos z}{z} dz$ around the circle $C: |z|=1$.
(15%)

高雄應用科技大學

電機工程系碩士班

94~97 學年度

工程數學考古題

國立高雄應用科技大學
九十四學年度研究所碩士班招生考試
電機工程系碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼 (考生必須填寫)

工程數學

試題 共一頁第一頁

注意：a.本試題共八題，共 100 分。

b.作答時不必抄題。

一、求解 $\frac{dx}{dt} = -x - x^3$, $x(0) = x_0$ 。(10%)

二、求解 $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = xe^{-3x}$ 。(15%)

三、求 $F(s) = \frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}$ 之反拉氏轉換 $f(t) = L^{-1}\left[\frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}\right]$ 。(15%)

四、求 $|\sin \omega t|$ 之拉氏轉換 $L[|\sin \omega t|]$ 。(10%)

五、給定任意實數 x_1, x_2, \dots, x_n ，試證： $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \leq \sqrt{n} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ 。(15%)

六、試證 $\text{Im } \mathbf{A}$ 和 $\text{Ker } \mathbf{A}$ 都是向量空間。(10%)

七、求解 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。(10%)

八、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，求 \mathbf{A}^{-1} 。(15%)

國立高雄應用科技大學
九十六學年度研究所碩士班招生考試
電機工程系碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼 (考生必須填寫)

工程數學

試題 共一頁第一頁

注意：a.本試題共七題，共 100 分。

b.作答時不必抄題。

c.各試題答案必須依題號順序寫在試卷指定的答案欄；寫錯位置不予計分。

一、 $\frac{dx}{dt} = 1 + x^2$, $x(0) = 1$ 。求時間 T ，使得 $\lim_{t \rightarrow T} x(t) = \infty$ 。(15%)

二、已知 $y(t) = At^n$ ，求解 $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2}{y^2} = 0$ 。(15%)

三、求反拉氏轉換 $f(t) = L^{-1}\left[\ln \frac{s^2+1}{s(s+1)}\right]$ 。(10%)

四、解 $f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{2} \int_0^x e^{-\tau} f(x-\tau) d\tau$, $f(x) = 0$ for $x < 0$ 。(10%)

五、擴充 $S = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ 成為 R^3 的一組基底。(10%)

六、設 V_1 和 V_2 都是向量空間，試證 $V_1 \cap V_2$ 是向量空間。(10%)

七、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，求(1) $\sin \mathbf{A}$ (10%)

(2) $e^{\mathbf{A}}$ (10%)

(3) $e^{\mathbf{A}} \cdot \sin \mathbf{A}$ (5%)

(4) $\sin \mathbf{A} \cdot e^{\mathbf{A}}$ 。(5%)

國立高雄應用科技大學
九十七學年度碩士班招生考試
電機工程系（甲組、乙組）

准考證號碼 （考生必須填寫）

工程數學

試題 共一頁，第一頁

- 注意：a. 本試題共 6 題，共 100 分。
b. 作答時不必抄題。
c. 考生作答前請詳閱答案卷之考生注意事項。

一、求解 $\frac{dy}{dx} + \cos x(y - 2 \sin x) = 0$ 。(20%)

二、求解 $\frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{-2x} \sec^2 x(1 + 2 \tan x)$ 。(20%)

三、求 $F(s) = \frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}$ 之反拉氏轉換 $f(t) = L^{-1} \left[\frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2} \right]$ 。(10%)

四、求 $\text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ 的一組垂直基底。(10%)

五、令 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$ ， $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_n]$ ， $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i$ 。

利用餘弦定理證明 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\| \cos \theta$ ，其中 θ 是 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 的夾角。(20%)

六、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ，求 \mathbf{A}^{10000} 。(20%)