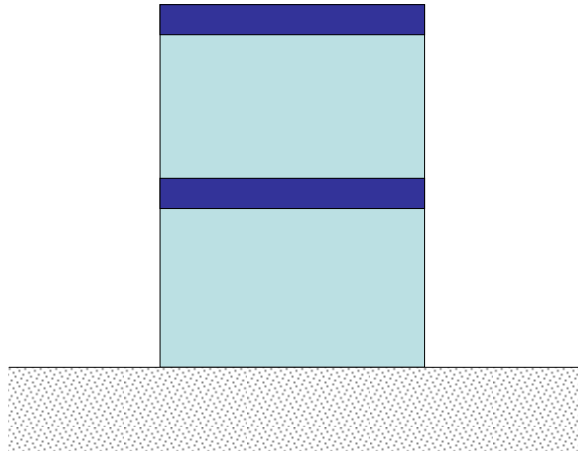


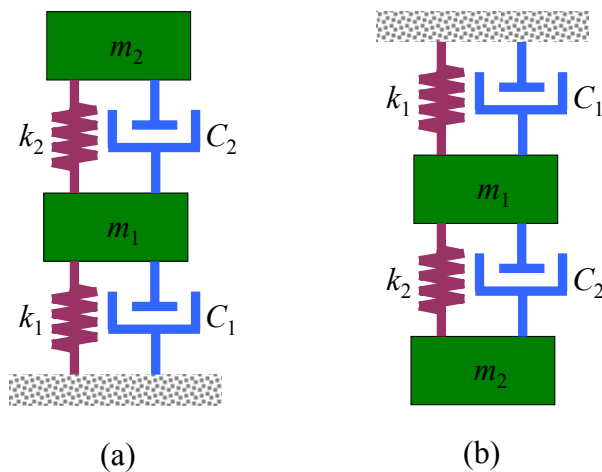
## 提要 58：認識聯立 ODE 問題

許多問題均會牽涉聯立微分方程式，例如，在土木工程中，若擬解析如圖一所示之二層樓房的振動問題：



圖一 擬分析二層樓房之振動問題

則在做模擬分析時，常將問題轉換為圖二之分析模式：



圖二 將二層樓房之振動問題以彈簧-阻尼-質點系統加以模擬

其中  $m_1$  代表第一層樓板之質量； $m_2$  代表第二層樓板之質量； $k_1$  與  $C_1$  代表第一層樓之柱子與接頭等所提供之等效(Equivalent)彈性係數與阻尼係數； $k_2$  與  $C_2$  代表第二層樓之柱

子與接頭等所提供之等效彈性係數與阻尼係數。若暫不考慮阻尼力的影響，且考慮質量  $m_1$  之物體的位移量為  $y_1$ ，質量  $m_2$  之物體的位移量為  $y_2$ ，則所建立之樓板的運動方程式為：

$$\begin{cases} m_1 y_1'' = -k_1 y_1 + k_2 (y_2 - y_1) \\ m_2 y_2'' = -k_2 (y_2 - y_1) \end{cases} \quad (1)$$

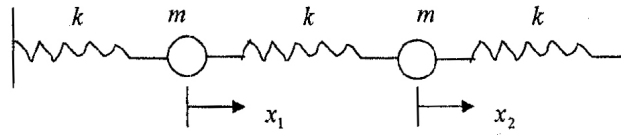
此一組方程式即呈聯立之型式，故有必要針對聯立之微分方程式問題的解析方法加以介紹。

## 習題

1. (a) 請問如圖所示之彈簧-質點系統之運動方程式是否為以下型式？

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = -kx_1 - k(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_2 = -kx_2 + k(x_2 - x_1) \end{cases}$$

- (b) 請求此一系統之特徵值及特徵向量。



【94 中央土木所 15%】