

## 單元 12 有理函數瑕積分

### 【例題 1】

(1) Find the Laplace transform of the given function  $\int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx$ .

(2) Using (1) to evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx$ . 【91 交大機械】

【參考解答】 (1)  $L[\int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx] = \frac{\pi}{2(s+1)}$  (2)  $\int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} e^{-t}$

### 【例題 2】

Evaluate the integral (show the details of your work)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$ . 【91 交大土木】

【參考解答】  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx = \frac{\pi}{8}$

### 【例題 3】

Evaluate the following integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3}$ . 【91 中山材料、90 台科機械】

【參考解答】  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3} = \frac{3\pi}{8}$

### 【例題 4】

Find  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{8-x^3} dx$  by residues. 【91 交大物理】

【參考解答】  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{8-x^3} dx = -\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

### 【例題 5】

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+2x+2)} dx = ?$  【89 中興化工】

【參考解答】  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+2x+2)} dx = \frac{7}{50} \pi$

【例題 6】

Do the integral  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$  by contour integration. 【91 中央電機、89 台大土木】

【參考解答】  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi$

【例題 7】

Compute  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1}$ . 【89 台科電子】

【參考解答】  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$