

## 單元 7 Cauchy 積分

### 【例題 1】

Use Cauchy theorem to solve  $\int_C \frac{1}{z^2}(1 - e^{2z})dz$

(1)  $|z|=1$  (2)  $|z|=2$  (3)  $|z-2|=1$

【91 交大機械】

【參考解答】(1)  $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z^2}(1 - e^{2z})dz = -4\pi i$

(2)  $\oint_{|z|=2} \frac{1}{z^2}(1 - e^{2z})dz = -4\pi i$

(3) 由 Cauchy 積分式得知  $\oint_C \frac{1}{z^2}(1 - e^{2z})dz = 0$

### 【例題 2】

Integrate the complex function  $f(z)$  counterclockwise around the circle  $|z|=3$  by using Cauchy integral formula. Given

$$f(z) = \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)}. \quad \text{【90 清大動機】}$$

【參考解答】  $\oint_C f(z)dz = 4\pi i$