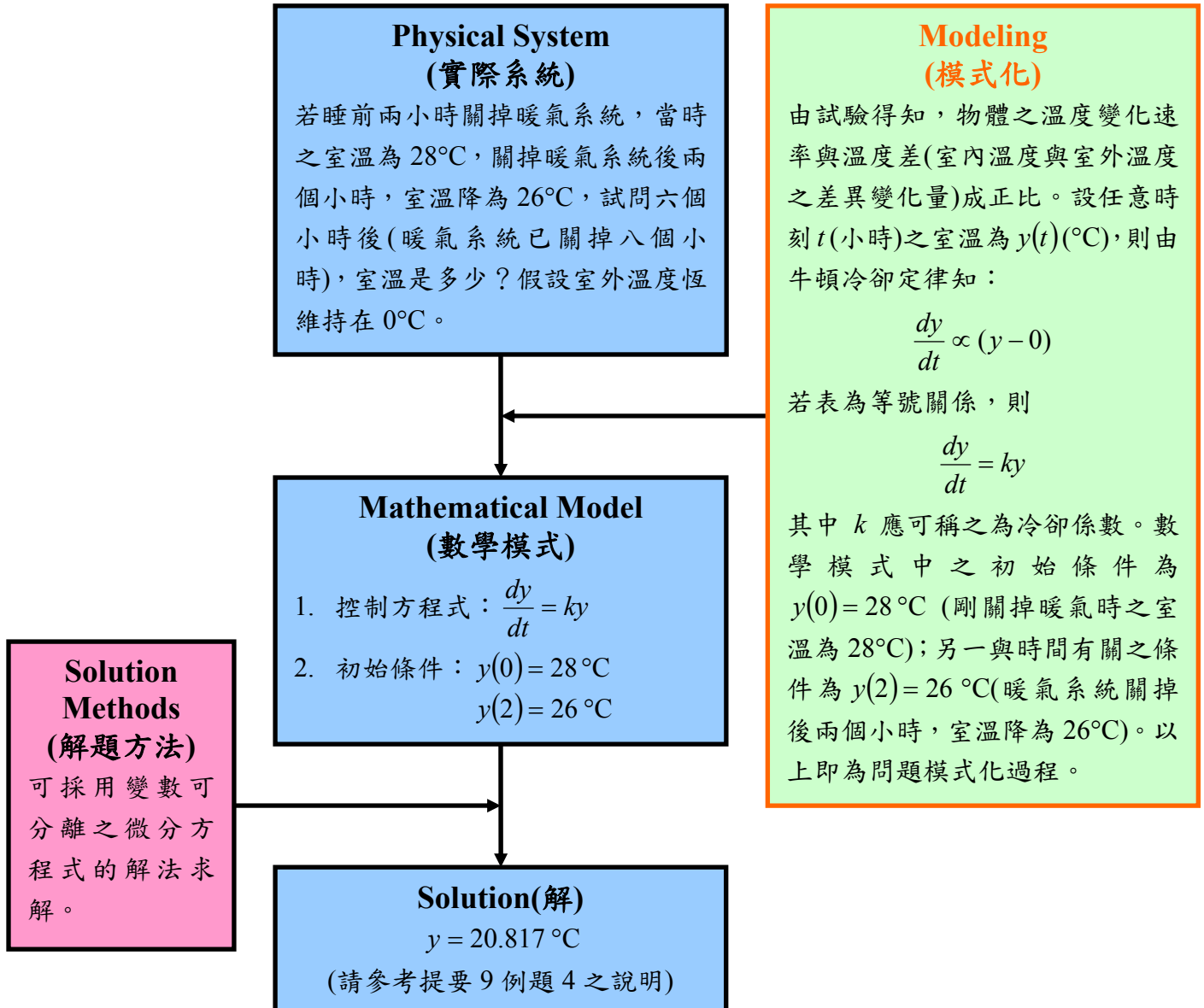


## 提要 5：如何建立數學模式？(四)

茲另舉一個牛頓冷卻定律的應用說明數學模式的建立方式，請參考橘色框線內之說明。



Notice:

1. 本題所引用之自然律為牛頓冷卻定律(Newton's Law of Cooling)，即室內之溫度變化速率與溫度差(室內溫度與室外溫度之差異變化量)成正比。
2. 控制方程式  $\frac{dy}{dt} = ky$  即為「牛頓冷卻定律」的化身。
3. 本題之解析需要搭配兩個初始條件，用以解出冷卻係數  $k$  與通解中之積分常數  $C$ 。

## 習題

1. According to Newton's law of cooling, the rate at which a substance cools in moving air is proportional to the difference between the temperature of the substance and that of the air. If the temperature of the air is  $30^{\circ}\text{C}$  and the substance cools from  $100^{\circ}\text{C}$  to  $70^{\circ}\text{C}$  in 15 minutes, find when the temperature will be  $40^{\circ}\text{C}$ . 【91 北科自動所 15%】
2. 實驗證實一物體的溫度之時間變化率與當時該物體溫度和其周遭環境溫度之差成正比（忽略物體之溫度梯度效應）。今有一試樣由  $1000^{\circ}\text{C}$  直接置於  $25^{\circ}\text{C}$  之大氣冷卻，一小時後測得試樣之溫度為  $80^{\circ}\text{C}$ 。
  - (a) 試根據題意設各變數，並賦予各變數（及常數）之物理意義，註明其單位。
  - (b) 依題意列出該試樣冷卻行為之微分方程式，並解之。
  - (c) 試由解函數求試樣冷卻至  $25^{\circ}\text{C}$ （以  $25.01^{\circ}\text{C}$  計算）所需時間。  
【87 北科材料所 30%】
3. 有一個蛋糕剛從烤箱中拿出來時的溫度是  $300^{\circ}\text{F}$ ，三分鐘後溫度變為  $200^{\circ}\text{F}$ ，當時的室溫是  $70^{\circ}\text{F}$ 。請問需要多久（從烤箱拿出來時開始算起），蛋糕的溫度會降到最接近  $70.5^{\circ}\text{F}$ ？【87 台大電機所 10%】
4. Newton's law of cooling states that the time rate of change in temperature of an object varies as the difference in temperature between object and surroundings. If an object cools from  $80^{\circ}\text{C}$  to  $60^{\circ}\text{C}$  in 20 minutes, find the temperature in 40 minutes if the surrounding temperature is  $20^{\circ}\text{C}$ . 【91 中正電機所 10%】