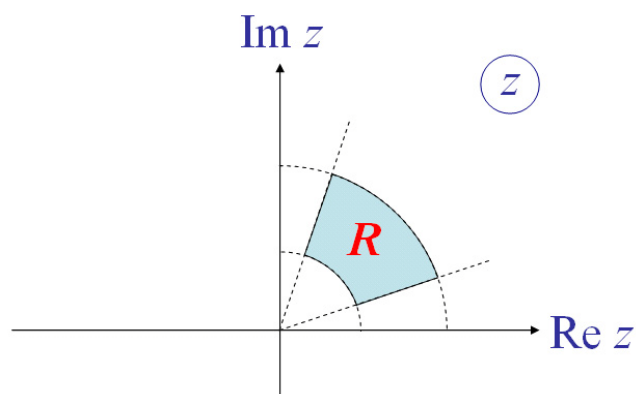


提要 328：保角變換 (Conformal Mapping) -- 旋轉

保角變換 (Conformal Mapping) 中之旋轉觀念為 $\omega = \beta e^{i\alpha} z$ ，擬直接以一例加以說明，如範例一所示。

範例一

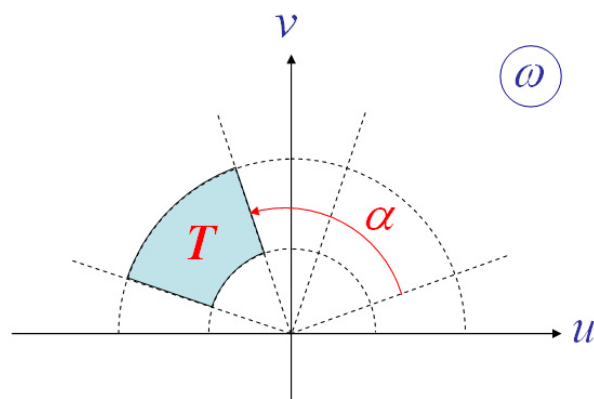
已知 R 為如圖一所示 z 平面上之扇形區域，若令 $\omega = e^{i\alpha} z$ ，試問其在 ω 平面上所對應的圖形 T 。



圖一 z 平面上之扇形區域 R

【解答】

因為 $\omega = e^{i\alpha} z$ ，又 $z = re^{i\theta}$ ，所以 $\omega = e^{i\alpha} re^{i\theta} = re^{i(\alpha+\theta)}$ ，亦即這是一種將圖形作旋轉 α 角度的運算。在 ω 平面上，其所對應之區域 T 如圖二所示：



圖二 ω 平面上所對應的區域 T

【附註】

1. 若考慮 $\omega = \beta e^{i\alpha} z$ ，且 $\beta > 1$ ，則除會將圖形旋轉 α 角度外，還會將圖形予以放大；若 $\beta < 1$ ，則除會將圖形旋轉 α 角度外，還會將圖形予以縮小。