

提要 327：保角變換 (Conformal Mapping) -- 平移

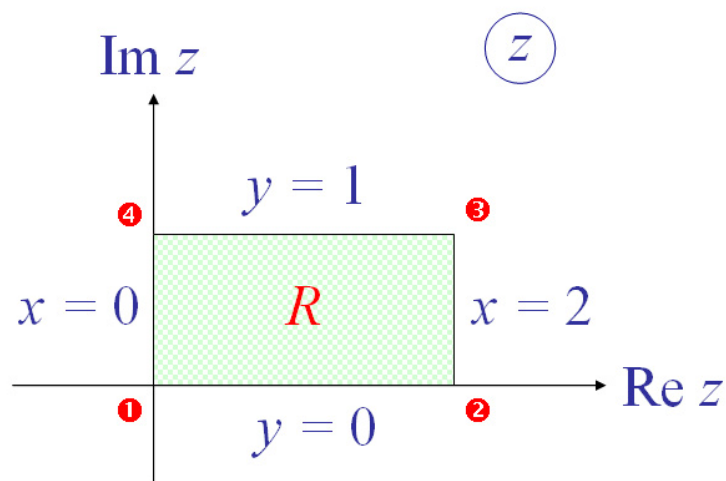
保角變換 (Conformal Mapping) 中之平移觀念為 $\omega = z + \alpha$ ，擬直接以一例加以說明，如範例一所示。

範例一

已知 R 為 z 平面上，由 $x=0$ 、 $y=0$ 、 $x=2$ 、 $y=1$ 所包圍的區域，若令 $\omega = z + (1-2i)$ ，試問其在 ω 平面上所對應的圖形 T 。

【解答】

因為 $\omega = z + (1-2i)$ ，所以 $\omega = x + iy + (1-2i) = (x+1) + i(y-2)$ ，亦即 $u = x+1$ 、 $v = y-2$ 。而 z 平面上，由 $x=0$ 、 $y=0$ 、 $x=2$ 、 $y=1$ 所包圍的區域 R 如圖一所示：

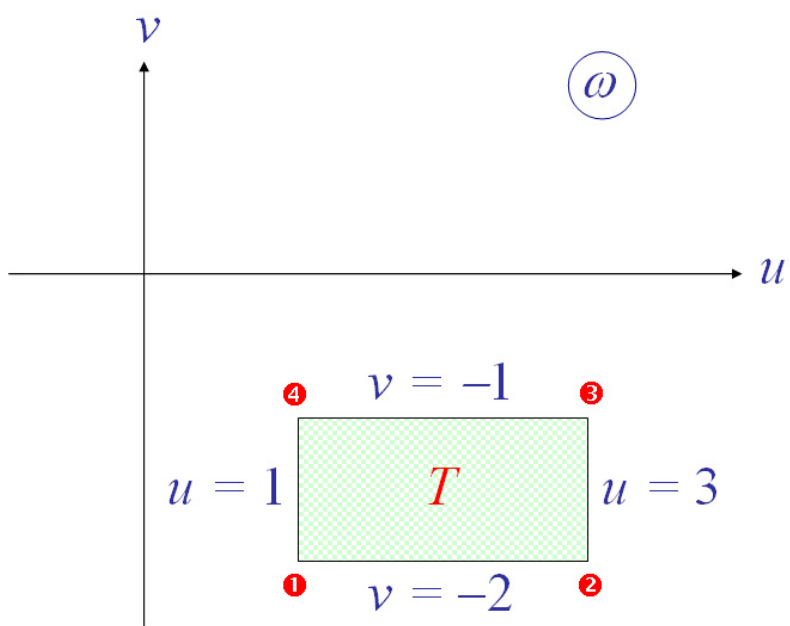


圖一 z 平面上，由 $x=0$ 、 $y=0$ 、 $x=2$ 、 $y=1$ 所包圍的區域 R

其邊界上之四個交會點分別為 0 、 2 、 $2+i$ 、 i 。

- 當 $z=0$ 時， $x=0$ 、 $y=0$ ，故 $\omega = (x+1) + i(y-2) = 1-2i$ ，即 $u=1$ 、 $v=-2$ 。
- 當 $z=2$ 時， $x=2$ 、 $y=0$ ，故 $\omega = (x+1) + i(y-2) = 3-2i$ ，即 $u=3$ 、 $v=-2$ 。
- 當 $z=2+i$ 時， $x=2$ 、 $y=1$ ，故 $\omega = (x+1) + i(y-2) = 3-i$ ，即 $u=3$ 、 $v=-1$ 。
- 當 $z=i$ 時， $x=0$ 、 $y=1$ ，故 $\omega = (x+1) + i(y-2) = 1-i$ ，即 $u=1$ 、 $v=-1$ 。

其在 ω 平面所對應之區域如圖二所示：



圖二 ω 平面上，由 $u=1$ 、 $v=-2$ 、 $u=3$ 、 $v=-1$ 所包圍的區域 T

由圖一所示之 z 平面區域 R 至圖二所示的 ω 平面區域 T ，即是一種平移的概念。其平移公式為：

$$\omega = z + \alpha$$