

## 提要 325：複數之三角函數與雙曲線函數的關係之應用

### 範例一

試推求  $\cos(1+2i)$  之值。

#### 【解答】

已知：

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z \quad \text{、} \quad e^{-iz} = \cos z - i \sin z \quad (1)$$

所以：

$$\cos z = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz}) \quad (2)$$

故：

$$\begin{aligned} \cos(1+2i) &= \frac{1}{2} [e^{i(1+2i)} + e^{-i(1+2i)}] \\ &= \frac{1}{2} (e^{i-2} + e^{-i+2}) \\ &= \frac{1}{2} (e^{-2}e^i + e^2e^{-i}) \\ &= \frac{1}{2} [e^{-2}(\cos 1 + i \sin 1) + e^2(\cos 1 - i \sin 1)] \\ &= \cos 1 \frac{e^2 + e^{-2}}{2} - i \sin 1 \frac{e^2 - e^{-2}}{2} \\ &= \cos 1 \frac{e^2 + e^{-2}}{2} - i \sin 1 \frac{e^2 - e^{-2}}{2} \\ &= \cos 1 \cosh 2 - i \sin 1 \sinh 2 \\ &= (0.5403)(3.7622) - i(0.8415)(3.6269) \\ &= 2.033 - 3.052i \end{aligned}$$

問題之解已推導出。