提要 356：勞倫級數(Laurent Series)

勞倫級數（Laurent Series）展開的觀念非常重要，它的運算核心是幾何級數展開的概念。

定理：勞倫級數(Laurent Series)

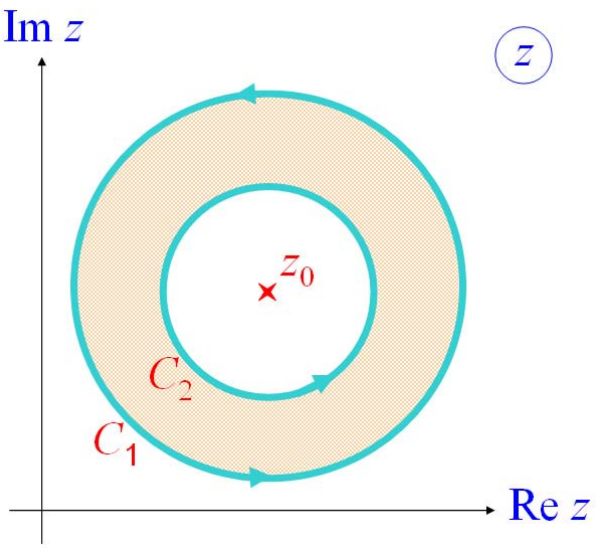
函數 $f(z)$ 之勞倫級數展開可表為：

$$f(z)=\cdots+\frac{a_{-m}}{(z-z_0)^m}+\frac{a_{-m+1}}{(z-z_0)^{m-1}}+\cdots+\frac{a_{-2}}{(z-z_0)^2}+\frac{a_{-1}}{z-z_0}+a_0+a_1(z-z_0)+\cdots$$

其中 $a_n=\dfrac{1}{2\pi i}\oint_C\dfrac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}}dz$ ，且 z_0 不在定義域中。

【附註】

1. 勞倫級數展開問題有時候會被稱之為**甜甜圈問題（Donut Problem）**，因其定義域類似圖一所示之圖形：



圖一　勞倫級數展開問題之函數 $f(z)$ 的定義域

2. 其證明很重要，但暫時略去。