

提要 212：向量外積之其他性質

向量外積之基本運算規則為 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$ ，尚有其他相關之基本性質，說明如下。

向量外積之其他性質

1. $(k\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = k(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a} \times (k\mathbf{b})$
2. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$
3. 若 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ ，則可能是：❶ $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ ；❷ $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ；❸ \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 同方向或反方向。
4. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}$
5. $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$
6. 若 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{v}$ ，則 $\mathbf{a} \perp \mathbf{v}$ 、 $\mathbf{b} \perp \mathbf{v}$ 。
7. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} \neq \mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$
8. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \neq \mathbf{b} \times \mathbf{a}$
9. $\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$ 、 $\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$ 、 $\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$ 、 $\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$ 。