

提要 87：高雄應用科技大學碩士班入學考試「工程數學」相關  
試題

高雄應用科技大學  
土木工程與防災科技研究所碩  
士班

94~97 學年度  
工程數學考古題

國立高雄應用科技大學  
九十四學年度研究所碩士班招生考試  
土木工程與防災科技研究所碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

試題 共 2 頁第 1 頁

注意：a. 本試題共7題、每題所佔分數標示在問題後面，共 100 分。

b. 作答時不必抄題。

1. The path of a particle is a curve :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- (1) Find the position vector of the curve.  
(2) Find the tangent vector of the particle at Point (1, -1).  
(3) Find the speed of the particle at Point (1, 1).  
(4) Find the unit normal vector if  $a = 4$  and  $b = 4$ .

(20 分)

2. An integral  $\int_C (y + yz)dx + (x + 3z^3 + xz)dy + (9yz^2 + xy - 1)dz$  is along any path  $C$  between (1, 1, 1) and (2, 1, 4).

- (1) Is the integration path dependent or independent?  
(2) Evaluate this integral.

(10 分)

3. Compute  $A^n$  if the matrix  $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , where  $n = \text{integer}$  and  $n \geq 2$ .

(10 分)

(下頁有題)

試題 共 2 頁第 2 頁

4. The ordinary differential equation is  $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = f(t)$ .

(1) Find the solutions if  $f(t) = 0$  and the initial values  $y(0) = 0; y'(0) = 1$ .

(2) Find the solutions if  $f(t) = e^{2t}$ .

(3) Find the solutions if  $f(t) = \delta(t-3)$  and the initial values  $y(0) = 0; y'(0) = 0$ , where  $\delta(t)$  = unit impulse function.

(15 分)

5. Evaluate  $\int_0^\infty \frac{\sin x \cdot \cos x}{x} dx$ .

(15 分)

6. Find all solutions of the equation :  $e^z + 1 = 0$ , where  $z$  = complex number.

(15 分)

7. Evaluate  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\cos \theta + 2} d\theta$

(15 分)

國立高雄應用科技大學  
九十六學年度碩士班招生考試  
土木工程與防災科技研究所(甲組、乙組)

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

共 1 頁，第 1 頁

- 注意：a. 本試題共 7 題，共 100 分。  
b. 作答時不必抄題。  
c. 考生作答前請詳閱答案卷之考生注意事項。

1. A general solution of  $y'' - 2y' + y = 0$  on any interval is  $y = (c_1 + c_2 x)e^x$ , where  $c_1$  and  $c_2$  are arbitrary constants. Please show that the solutions in  $y$  are of linear independence. (10%)
2. Solve  $\begin{cases} x'' - 2x' + 3y' + 2y = 4 \\ 2y' - x' + 3y = 0 \end{cases}$ , with  $x(0) = x'(0) = y(0) = 0$  (20%)
3. Find the velocity, speed, and acceleration of the motion given by
$$\bar{r}(t) = 5\cos t\bar{i} + \sin t\bar{j} + 2t\bar{k}$$
at the point  $P(\frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{2})$ . What kind of curve is the path? (12%)
4. Please find the period of the function  $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ . (8%)
5. Evaluate  $\iint_S \bar{F} \cdot d\bar{S}$  when  $\bar{F} = x^2\bar{i} + 3y^2\bar{k}$  and  $S$  is the portion of the plane  $x + y + z = 1$  in the first octant. (20%)
6. Fourier series can be derived by means of an orthogonal series expansion. It means that Fourier series is a kind of orthogonal series. For example, a periodic function  $f(x)$  can be expressed by Fourier series with the form
$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{L} x + b_n \sin \frac{n\pi}{L} x),$$
where the period of  $f(x)$  is  $2L$ . What is the basis of the orthogonal set for this Fourier series? (10%)
7. Evaluate  $\oint_C (\frac{7z-6}{z^2-2z}) dz$ , where  $C$  is the unit circle around the path of counterclockwise. (20%)

國立高雄應用科技大學  
 九十七學年度碩士班招生考試  
 土木工程與防災科技研究所(甲組、乙組)

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

試題有 7 題，共 1 頁

1. If  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  is a position vector and  $\nabla$  is the differential operator, please find the value of (1)  $\nabla \cdot \vec{r}$  and (2)  $\nabla \times \vec{r}$ .  
(10%)
2. Evaluate  $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$  where  $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  and  $S$  is the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .  
(20%)
3. Find the principal directions of the elastic deformation  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  with given matrix  $\mathbf{A}$  :  

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3.0 & 1.5 \\ 1.5 & 3.0 \end{bmatrix}$$
  
(10%)
4. Solve the ordinary differential equation  $y'' + 4y' + 4y = 3xe^{-2x}$ .  
(15%)
5. Solve  $y'' + y = 4\delta(t - 2\pi)$  subject to  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ , where  $\delta(t)$  = unit impulse function.  
(15%)
6. The usual form of Fourier series is  

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{L} x + b_n \sin \frac{n\pi}{L} x)$$
  
 Please write down (1) the amplitude and phase angle form and (2) the complex form of the Fourier series.  
(15%)
7. Evaluate the counterclockwise integration  $\int_C \frac{\cos z}{z} dz$  around the circle  $C: |z| = 1$ .  
(15%)

高雄應用科技大學

電機工程系碩士班

94~97 學年度  
工程數學考古題

國立高雄應用科技大學  
九十四學年度研究所碩士班招生考試  
電機工程系碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

試題 共一頁第一頁

注意：a. 本試題共八題，共 100 分。

b. 作答時不必抄題。

一、求解  $\frac{dx}{dt} = -x - x^3$ ,  $x(0) = x_0$ 。(10%)

二、求解  $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = xe^{-3x}$ 。(15%)

三、求  $F(s) = \frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}$  之反拉氏轉換  $f(t) = L^{-1}\left[\frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}\right]$ 。(15%)

四、求  $|\sin \omega t|$  之拉氏轉換  $L[\sin \omega t]$ 。(10%)

五、給定任意實數  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 試證： $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \leq \sqrt{n} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ 。(15%)

六、試證  $\text{Im } \mathbf{A}$  和  $\text{Ker } \mathbf{A}$  都是向量空間。(10%)

七、求解  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。(10%)

八、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $\mathbf{A}^{-1}$ 。(15%)

國立高雄應用科技大學  
九十六學年度研究所碩士班招生考試  
電機工程系碩士班(甲組、乙組)

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

試題 共一頁第一頁

注意：a.本試題共七題，共 100 分。

b.作答時不必抄題。

c.各試題答案必須依題號順序寫在試卷指定的答案欄；寫錯位置不予計分。

一、 $\frac{dx}{dt} = 1 + x^2$ ,  $x(0) = 1$ 。求時間  $T$ ，使得  $\lim_{t \rightarrow T} x(t) = \infty$ 。(15%)

二、已知  $y(t) = At^n$ ，求解  $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2}{y^2} = 0$ 。(15%)

三、求反拉氏轉換  $f(t) = L^{-1} \left[ \ln \frac{s^2 + 1}{s(s+1)} \right]$ 。(10%)

四、解  $f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{2} \int_0^x e^{-\tau} f(x-\tau) d\tau$ ,  $f(x) = 0$  for  $x < 0$ 。(10%)

五、擴充  $S = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  成為  $R^3$  的一組基底。(10%)

六、設  $V_1$  和  $V_2$  都是向量空間，試證  $V_1 \cap V_2$  是向量空間。(10%)

七、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，求(1)  $\sin \mathbf{A}$  (10%)

(2)  $e^{\mathbf{A}}$  (10%)

(3)  $e^{\mathbf{A}} \cdot \sin \mathbf{A}$  (5%)

(4)  $\sin \mathbf{A} \cdot e^{\mathbf{A}}$ 。(5%)

國立高雄應用科技大學  
九十七學年度碩士班招生考試  
電機工程系（甲組、乙組）

准考證號碼□□□□□□□□□□ (考生必須填寫)

工程數學

試題 共一頁，第一頁

- 注意：a. 本試題共 6 題，共 100 分。  
b. 作答時不必抄題。  
c. 考生作答前請詳閱答案卷之考生注意事項。

一、求解  $\frac{dy}{dx} + \cos x(y - 2 \sin x) = 0$ 。 (20%)

二、求解  $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{-2x} \sec^2 x(1 + 2 \tan x)$ 。 (20%)

三、求  $F(s) = \frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}$  之反拉氏轉換  $f(t) = L^{-1}\left[\frac{(s+2)^2 - 4}{[(s+2)^2 + 4]^2}\right]$ 。 (10%)

四、求  $Span\left\{\begin{bmatrix}-1\\1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}\right\}$  的一組垂直基底。 (10%)

五、令  $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T$ ,  $\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n]^T$ ,  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i$  °

利用餘弦定理證明  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\| \cos \theta$ ，其中  $\theta$  是  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{y}$  的夾角。 (20%)

六、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix}0 & 1 \\ -3 & -2\end{bmatrix}$ ，求  $\mathbf{A}^{10000}$ 。 (20%)