

提要 96：聖約翰科技大學碩士班入學考試「工程數學」相關試  
題

聖約翰科技大學

自動化及機電整合研究所

91~97 學年度

工程數學考古題

新埔技術學院九十一學年度  
自動化及機電整合研究所招生入學考試試題

考試科目：工程數學

一、請解下列微分方程式 (O.D.E.):

(5%) <a>、 $y' + y = 0$ ;  $y(0) = 1$

(5%) <b>、 $y'' + y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$

(5%) <c>、 $y'' + y' = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = -1$

(5%) <d>、 $y'' + 1 = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$

(10%) <e>、 $y'' + 3y' + 2y = X$

二、請用 L.T. (拉氏轉換) 解下列微分方程式 (O.D.E.):

(10%) <a>、 $y' + y = \sin t$ ;  $y(0) = 1$

(15%) <b>、 $y'' - 2y' + y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$

三、向量分析部份:

(15%) <a> 若向量  $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z) = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ ，求沿路徑 C

之線積分  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = ?$

其中 C 為自點 (0, 0, 0) 至點 (1, 2, 3) 的直線。

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  分別為  $x, y, z$  軸的單位向量。

(10%) <b> 請寫出向量恆等式 (a) Gauss's Divergence Theorem

(b) Stoke's Theorem 並說明其意義。

四、(20%) 何謂: (a) Fourier Series (b) Fourier Integral

(c) Fourier Transform。

新埔技術學院九十二學年度  
自動化與機電整合研究所入學招生考試試題

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計5題，每題20分，共100分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。

1. Solve the initial value problems: (20%)

(A).  $xy' + y = 0, y(0) = -2$

(B).  $y'' - 6y' + 9y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 1$

2. Sketch the graph and find the Laplace transform: (20%)

$$f(x) = \begin{cases} 2 & 0 < t < \pi \\ 0 & \pi < t < 2\pi \\ 3\cos t & t > 2\pi \end{cases}$$

3. Determine the eigenvalues and eigenvectors of the matrices: (20%)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Determine the Fourier series of  $f(x)$ : (20%)

$$f(x) = \begin{cases} k & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 0 & \pi/2 < x < 3\pi/2 \end{cases}$$

And use the results to show that  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}$

5. Verify that  $u = x^2 - y^2 - y$  is harmonic in the whole complex plane and find a conjugate harmonic function of  $u$ . (20%)

聖約翰技術學院 94 學年度  
自動化及機電整合研究所招生考試試題

組別：甲組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計六題，每題配分如下所示，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

一、 Solve the following initial value problems.

(a)  $y'' = 6x + 2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  (5%)

(b)  $y' + \frac{1}{x}y = 4x^2$ ,  $y(1) = 5$  (10%)

(c)  $y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$  (10%)

二、 Solve the initial value problem  $y'' + 4y = f(t)$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ , in which

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{for } t < 3 \\ t, & \text{for } t \geq 3 \end{cases} \quad (15\%)$$

三、 (a) Prove that  $\vec{F} = (x^2 + xy^2)\vec{i} + (y^2 + x^2y)\vec{j}$  is a conservation force field. (5%)

(b) Find the corresponding potential function  $\phi$ . (5%)

(c) Evaluate the line integral where  $A(0, 1)$  and  $B(1, 2)$  for  $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$  (5%)

四、 Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  (15%)

五、 Find the Fourier coefficients of the periodic function  $f(t) = \begin{cases} 0, & \text{for } -\pi < t < 0 \\ \pi, & \text{for } 0 < t < \pi \end{cases}$  and

$$f(t + 2\pi) = f(t). \quad (15\%)$$

六、 Determine the general solution of the following boundary value problem. (15%)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b$$

$$B. C. \quad u(0, y) = g(y); \quad u(a, y) = 0; \quad u(x, 0) = 0; \quad u(x, b) = 0$$

95 學 年 度 聖 約 翰 科 技 大 學  
碩 士 班 暨 碩 士 在 職 專 班 招 生 考 試 試 題

所(系)/組別：自動化及機電整合研究所/甲組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計六大題，每題配分如下，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

1. 解下列微分方程：

(a)  $y dx + x dy = 0$  (10%)

(b)  $y' - y = e^{2x}$  (10%)

2. (a) 求  $t e^{-2t} \sin t$  之拉普拉斯轉換(Laplace transform) (10%)

(b) 利用拉普拉斯轉換解  $y'' + 3y' + 2y = u(t-1)$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$  (10%)

3. (a) 請證明  $\vec{F} = (2xy + z^3) \vec{i} + x^2 \vec{j} + 3xz^2 \vec{k}$  為一保守力場(conservation force field)。(5%)

(b) 請求對應於  $\vec{F}$  之位能場(scalar potential)。(5%)

(c) 請求由此一保守力場中(1,-2,1)點到(3,1,4)點所需作之功。(5%)

4. 已知  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，若能使  $Q^{-1}AQ = D$  為對角化(diagonal)，試求矩陣(matrice)  $Q$  和  $D$ 。(15%)

5. 求此邊界值問題： $U_t = 3U_{xx}$ ,  $0 < x < \pi$ ,  $t > 0$ ,  $U(0,t) = U(\pi,t) = 0$ ,  $U(x,0) = 4 \sin 2x$ 。(15%)

6. 若  $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ ，試求  $f(x)$  於  $[-1, 1]$  之 Fourier 級數。(15%)

96 學 年 度 聖 約 翰 科 技 大 學  
碩 士 班 暨 碩 士 在 職 專 班 招 生 考 試 試 題

所 ( 系 ) / 組 別 : 自 動 化 及 機 電 整 合 研 究 所 / 甲 、 乙 組

科 目 : 工 程 數 學

注 意 :

1. 本 試 題 計 題 , 每 題 分 , 共 100 分 。
2. 答 錯 者 , 不 倒 扣 題 分 ; 未 答 者 , 得 零 分 。
3. 有 關 數 值 計 算 的 題 目 , 以 最 接 近 的 答 案 為 準 。
4. 可 攜 帶 不 具 通 訊 、 翻 譯 及 儲 存 功 能 之 計 算 機 。

1. Find the solution for the following equations.

(a)  $y'' + 4\pi y' + 4\pi^2 y = 0$  (10 %)

(b)  $x^2 y'' + 3xy' + y = 0$  (10 %)

(c)  $y'' - 3y' + 2.25y = 27(x^2 - x)$ ,  $y(0) = 20$ ,  $y'(0) = 30$  (10 %)

2. Find the Laplace transforms of  $e^{at} \cos \omega t$  (5 %)

3. Using Laplace transforms to find the solution of

$y'' - y' = t$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$  (10 %)

4. Determine the inverse Laplace transform of  $\frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$  (10 %)

5. Find the Fourier series of the periodic function  $f(x)$

$f(x) = \begin{cases} -k & \text{if } -\pi < x < 0 \\ k & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$  and  $f(x + 2\pi) = f(x)$  (10 %)

6. Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix  $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$  (10 %)

7. Calculate the value of  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  when  $\vec{F}(\vec{r}) = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$  and  $C$  is the

helix  $\vec{r}(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + 3t\vec{k}$  as shown in Fig. 1. (10 %)

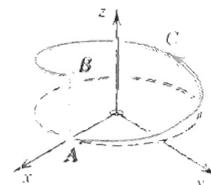
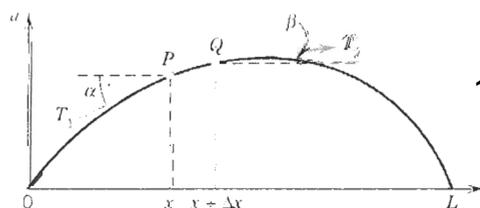


Fig. 1

8. (a) To derive the PDE for the vibrations of the string, modeling as shown in Fig. 2, that is to find the string's deflection  $u(x, t)$  at any point  $x$  and at any time  $t > 0$ . (10 %)

(b) If boundary conditions are  $u(0, t) = 0$ ,  $u(L, t) = 0$  for all  $t$ , find the solution of above-mentioned wave equation (PDE). (5 %)



97學年度聖約翰科技大學  
碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

所(系)/組別：自動化及機電整合研究所/甲組、乙組 科目：工程數學

注意：

1. 本試題計 大題，每題配分如下，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

1. 請解出下列微分方程式之通解。

(10%) (a)  $4ydx + 3xdy = 0$

(10%) (b)  $y' = 3x^2 + 2x + 4$

2. 請解出下列微分方程式之通解。

(10%) (a)  $y'' + y' - 6y = 0$

(10%) (b)  $y'' - 2y' + 10y = 0$

3. 已知  $Z = 2\sqrt{3} + 2i$ ，試求

(10%) (a)  $z^4$

(10%) (b)  $z^{-4}$

(20%) 4. 已知  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$ ，試求  $A^{50}$ ？

5. 已知一純量場  $\phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ，試求

(5%) (a)  $\phi$  的梯度。

(5%) (b)  $\phi$  在點  $(1, 1, 2)$  的梯度。

(10%) (c) 在點  $(1, 1, 2)$ ， $\phi$  之梯度方向的單位向量  $e_N$ 。

聖約翰科技大學

電機工程系碩士班

94~97 學年度

工程數學考古題

聖約翰技術學院 94 學年度  
電機工程系碩士班招生考試試題

組別：乙組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計 題，每題 分，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

1. 設  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 4 & 2 & -6 \\ -6 & -6 & -15 \end{bmatrix}$ ，試將  $V = [1, 2, -3]^T$  表成  $A$  之所有特徵向量的線性組合。(20%)

2. 設  $A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -2 & 10 & -2 \\ 1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ ，試求  $P^{-1}$ ，使得  $P^{-1}AP = D$ ；其中  $D$  為主對角線元素是矩陣  $A$  的特徵值之對角矩陣。(20%)

3. 請求解下列聯立微分方程式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 + 1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + 3x_2 + t \end{cases}, x_1(0) = 1, x_2(0) = -3 \quad (20\%)$$

4. 定義  $F(s)$  為  $f(t)$  的拉式轉換，令  $F(s) = \frac{5s^2 - 15s - 11}{(s-1)^2(s+2)^3}$ ；求  $f(t) = ?$  (20%)

5.  $y'' + 2y' + 2y = x^2 + x + 1$ ；求  $y(x) = ?$  (20%)

聖約翰技術學院 94 學年度  
電機工程系碩士班招生考試試題

組別：甲組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計 題，每題 分，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

1.  $y'' + 4y' + 13y = f(x)$

When (a)  $f(x) = e^{-2x} \cdot \cos 5x$  , then the general solution  $y(x) = ?$  (10%)

(b)  $f(x) = \cos 2x$  , then the general solution  $y(x) = ?$  (10%)

(c)  $f(x) = e^{-2x} \cdot \cos 3x$  , then the general solution  $y(x) = ?$  (10%)

2. If  $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{5s+1}$  , and  $X(s) = \frac{1}{s}$  , Find  $\int_0^{\infty} [2 - y(t)] dt = ?$  (10%)

3.  $y'' + y = u(t - \pi) - u(t - 2\pi)$  ,  $y(0) = y'(0) = 0$  , Find the general solution  $y(t) = ?$   
(10%)

4.  $f(t) = \begin{cases} 1 & , |t| < 1 \\ 0 & , |t| > 1 \end{cases}$  ,

Find (a) the Fourier Integral of  $f(t)$  ? (10%)

(b)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} d\omega = ?$  (10%)

(c)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin \omega \cdot \cos \omega}{\omega} d\omega = ?$  (10%)

5.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$  , Find the eigenvalues and the eigenvectors of the matrix A.  
(20%)

95 學 年 度 聖 約 翰 科 技 大 學  
碩 士 班 暨 碩 士 在 職 專 班 招 生 考 試 試 題

所 (系) / 組 別 : 電 機 工 程 系 / 甲 組 、 乙 組

科 目 : 工 程 數 學

注 意 :

1. 本 試 題 計 題 , 每 題 分 , 共 100 分 。
2. 答 錯 者 , 不 倒 扣 題 分 ; 未 答 者 , 得 零 分 。
3. 有 關 數 值 計 算 的 題 目 , 以 最 接 近 的 答 案 為 準 。
4. 可 攜 帶 不 具 通 訊 、 翻 譯 及 儲 存 功 能 之 計 算 機 。

(10%) 1. 解 下 列 微 分 方 程

$$y'' - 2y' + y = x \cdot e^x$$

(15%) 2. 應 用 拉 普 拉 斯 轉 換 (Laplace transform) 解 下 列 微 分 方 程 ,

$$y''(t) + 7y'(t) + 6y(t) = 6\sin 2t \quad ; \quad y(0) = y'(0) = 0$$

(10%) 3. 方 陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix}$  , 在 什 麼 條 件 下 , 方 陣 A 可 對 角 化 ?

(20%) 4. 方 陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$  ,

求 出 方 陣 A 的 特 徵 值 及 所 對 應 的 特 徵 向 量 ?

(10%) 5.  $F(S) = \frac{s^2}{(s^2 + a^2)^2}$  ,  $\text{Re}(s) > a > 0$  ,

求 函 數  $F(S)$  之 反 拉 普 拉 斯 轉 換 (Inverse Laplace transform)  $f(t) = ?$

95 學 年 度 聖 約 翰 科 技 大 學  
碩 士 班 暨 碩 士 在 職 專 班 招 生 考 試 試 題

(20%) 6.  $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = 2y(t) \end{cases}$  ;  $x(0) = y(0) = 1$  , 求

$x(t) = ?(10\%)$  ,  $y(t) = ?(10\%)$

(15%) 7. 函數  $f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & , other \end{cases}$  ,

(1) 求函數  $f(x)$  之傅立葉積分式(Fourier integral)? (10%)

(2) 求  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = ?(5\%)$

96 學年度聖約翰科技大學  
碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

所(系)/組別：電機工程系/甲組、乙組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計 20 題，每題 5 分，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

選擇題

1. ( ) 下列何者為  $y' = 2$  的一解?  
①  $y = e^{2x}$  ②  $y = \sin(2x)$  ③  $y = 2x + 5$  ④  $y = x^2$ .
2. ( ) 下列何者為  $y'' = 2$  的一解?  
①  $y = e^{2x}$  ②  $y = \sin(2x)$  ③  $y = 2x + 5$  ④  $y = x^2$ .
3. ( )  $y' = 2x; y(0) = 3$  的特解為  
①  $y = x^2 + 3$  ②  $y = 2x + 3$  ③  $y = 3e^{2x}$  ④  $y = 3e^{-2x}$ .
4. ( )  $y' = 2y; y(0) = 3$  的特解為  
①  $y = x^2 + 3$  ②  $y = 2x + 3$  ③  $y = 3e^{2x}$  ④  $y = 3e^{-2x}$ .
5. ( )  $y'' + y' - 6y = 0$  的通解為  
①  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$  ②  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x}$  ③  $y = c_1 x^{-2} + c_2 x^3$   
④  $y = c_1 x^2 + c_2 x^{-3}$ .
6. ( )  $x^2 y'' - 6y = 0$  的通解為  
①  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$  ②  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x}$  ③  $y = c_1 x^{-2} + c_2 x^3$   
④  $y = c_1 x^2 + c_2 x^{-3}$ .
7. ( )  $t^4$  的拉氏變換為 ①  $\frac{1}{s^4}$  ②  $\frac{4}{s^4}$  ③  $\frac{4}{s^5}$  ④  $\frac{24}{s^5}$ .
8. ( )  $e^{-t} \cos(2t)$  的拉氏變換為  
①  $\frac{s}{s^2 + 4}$  ②  $\frac{s+1}{s^2 + 4}$  ③  $\frac{s+1}{s^2 + 2s + 5}$  ④  $\frac{2}{s^2 + 2s + 5}$ .
9. ( )  $\frac{1}{s}$  為下列何者的拉氏變換? ①  $\delta(t)$  ② 1 ③  $t$  ④  $\frac{1}{t}$ .

96 學年度聖約翰科技大學  
碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

- 10.( )  $\frac{2}{s^2-1}$  為下列何者的拉氏變換?  
①  $e^t - e^{-t}$  ②  $e^t + e^{-t}$  ③  $2\sin t$  ④  $2\cos t$
- 11.( ) 摺積(convolution)  $1*t$  的拉氏變換為 ①  $t$  ②  $\frac{1}{s}$  ③  $\frac{1}{s^2}$  ④  $\frac{1}{s^3}$ .
- 12.( ) 通過  $xy$ -平面中兩點(2,0)與(0,3)的直線方程式為  
①  $x+y=5$  ②  $x+y=6$  ③  $3x+2y=6$  ④  $2x+3y=13$
- 13.( ) 已知  $L: 2x+3y=6$  為  $xy$ -平面中的一直線.  $L$  不通過第幾象限?  
第 ①1 ②2 ③3 ④4 象限.
- 14.( )  $xy$ -平面中兩直線  $L_1: 2x+3y=6$ ,  $L_2: x+y=1$  的交點為  
①(2,-1) ②(-3,4) ③(1,0) ④(5,-4).
- 15.( )  $xy$ -平面中三向量  $\mathbf{a}=(1,2)$ ,  $\mathbf{b}=(-1,1)$ ,  $\mathbf{c}=(1,8)$ .  
若  $\mathbf{c}=\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}$ , 則  $(\alpha, \beta) =$  ①(3,2) ②(1,2) ③(-1,1) ④(0,3).
- 16.( ) 求點積  $(1,2,3)\cdot(1,-1,4) =$  ①24 ②-24 ③11 ④(1,-2,12).
- 17.( ) 求叉積  $(1,2,3)\times(1,-1,4) =$  ①24 ②9 ③(11,-1,-3) ④(1,-2,12).
- 18.( ) 求行列式  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} =$  ①6 ②12 ③40 ④0.
- 19.( ) 求行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} =$  ①7 ②9 ③13 ④0.
- 20.( ) 矩陣  $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  有 2 個特徵值, 其中一個是 1, 另一個是 ①1 ②2 ③3 ④6.

97學年度聖約翰科技大學  
碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

所(系)/組別：電機工程系碩士班/甲組、乙組

科目：工程數學

注意：

1. 本試題計 5 大題，每題配分如下，共 100 分。
2. 答錯者，不倒扣題分；未答者，得零分。
3. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
4. 可攜帶不具通訊、翻譯及儲存功能之計算機。

1.  $(D - \lambda)^{100} \cdot y = 0$ ， $y(x) = ?$  (15%)
2.  $x^2 y'' - xy' + y = 0$  (15%)
3. if  $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{5s+1}$ ，and  $X(s) = \frac{1}{s}$ ，please find  $\int_0^{\infty} [2 - y(t)] dt = ?$  (20%)
4.  $y'' + y = u(t - \pi) - u(t - 2\pi)$ ， $y(0) = y'(0) = 0$ ， $y(t) = ?$  (20%)
5. 是非題：(30%)
  - (1) 設  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  為方陣  $A$  的  $k$  個相異特徵值，若  $X_1, X_2, \dots, X_k$  分別為  $A$  所對應  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  的特徵向量，則  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  為線性相依。(3%)
  - (2) 兩個對角矩陣相加與相乘仍為對角矩陣。(3%)
  - (3) 對角矩陣  $D$  具有  $D^{-1} = \text{diag}(d_1^{-1}, d_2^{-1}, \dots, d_n^{-1})$ 。(3%)
  - (4) 對角矩陣  $D$  具有  $|D| = d_1 d_2 \dots d_n$ 。(3%)
  - (5) 若一方陣  $A$  與對角矩陣  $D$  相似， $A$  和  $D$  有相同的特徵值。(3%)
  - (6) 若  $n$  階方陣  $A$  的  $n$  個特徵值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  均相異，則  $A$  具有  $n-1$  個線性獨立的特徵向量。(3%)
  - (7) 若  $n$  階方陣  $A$  具有  $n-1$  個線性獨立的特徵向量，則  $A$  為可對角化。(3%)
  - (8)  $(A - \lambda I)X = 0$  具有非零解的充要條件為  $|A - \lambda I| = 0$ 。(3%)
  - (9) 若  $\lambda$  為實數方陣  $A$  的一個特徵值，而  $\bar{X}$  為其對應的特徵向量，而  $\bar{\lambda}$  亦為實數方陣  $A$  的一個特徵值，而  $X$  為其對應的特徵向量。(3%)
  - (10) 若且唯若方陣  $A$  為奇異，則至少有一特徵值為 0。(3%)